

# 円周角の定理

### 確かめよう

必ずおぼえよう。〈例〉で解き方をマスターしよう。

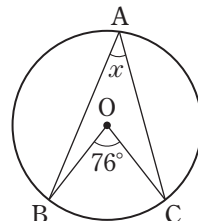
#### 1 円周角の定理(1)

●円周角の定理…1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の半分である。

〈例〉右の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(解説)  $\angle x$ は $\widehat{BC}$ に対する円周角である。←1つの弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分になる。  
 $\widehat{BC}$ に対する中心角は76°だから、  
 $\angle x = \frac{1}{2} \times \text{76}^\circ = \text{38}^\circ$

答 38°



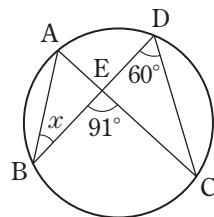
#### 2 円周角の定理(2)

●円周角の定理より、1つの弧に対する円周角の大きさが等しいことを利用して問題を解くことができる。

〈例〉右の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(解説)  $\widehat{BC}$ に対する円周角は等しいから、  
 $\angle BAC = \angle BDC = \text{60}^\circ$  ←同じ弧に対する円周角は等しい。  
 $\triangle ABE$ で、三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しいから、  
 $\angle x = \text{91}^\circ - \text{60}^\circ = \text{31}^\circ$

答 31°

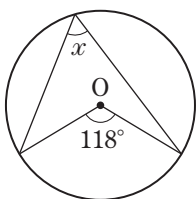


### やってみよう

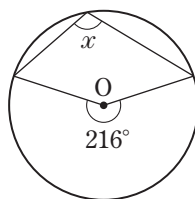
上の〈例〉にならって解いてみよう。

1 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

□(1)

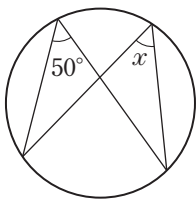


□(2)

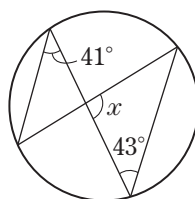


2 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

□(1)



□(2)

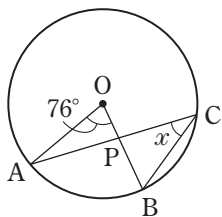


## 練習しよう①

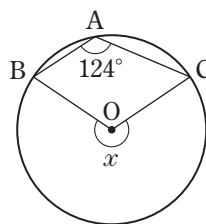
わからないときは、「確かめよう」を見直そう。

1 次の図で、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。

□(1)

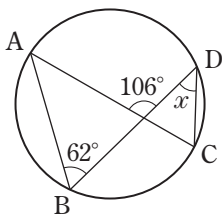


□(2)

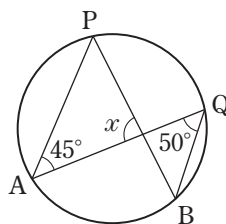


2 次の図で、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。

□(1)



□(2)

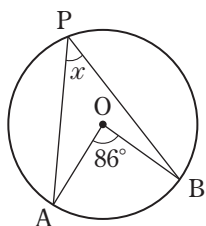


## 練習しよう②

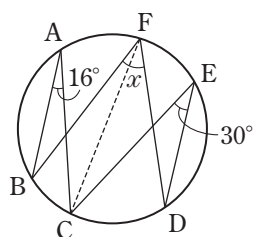
わからないときは、「確かめよう」を見直そう。

1 次の図で、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。

□(1)

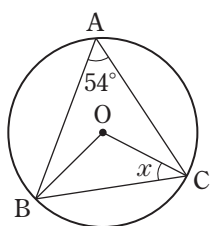


□(2)

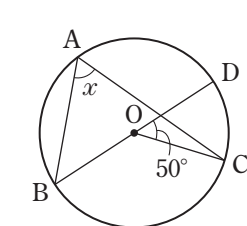


2 次の図で、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。

□(1)



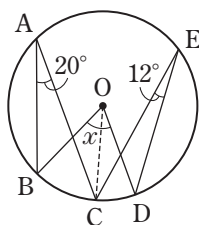
□(2)



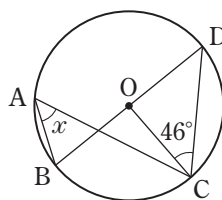
## 補充問題

★ 次の図で、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。

□(1)



□(2)



### 相似な立体の表面積と体積の比

#### 確かめよう

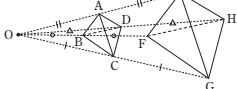
必ずおぼえよう。(例)で解き方をマスターしよう。

#### 1 相似な立体の表面積と体積の比(1)

●相似な立体では、表面積の比は相似比の2乗に等しく、体積比は相似比の3乗に等しい。

〈例〉右の図のように、点Oを相似の中心として、三角錐ABCDを2倍に拡大した三角錐EFGHをつくった。

三角錐EFGHの表面積は三角錐ABCDの表面積の何倍ですか。また、三角錐EFGHの体積は、三角錐ABCDの体積の何倍ですか。



(解説) 三角錐ABCDと三角錐EFGHは相似な立体で、相似比は1:2

よって、表面積の比は  $1^2:2^2=1:4$

また、体積比は  $1^3:2^3=1:8$

これより、表面積は4倍、体積は8倍となる。

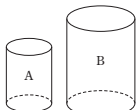
相似な立体で、相似比がa:bならば、表面積の比はa<sup>2</sup>:b<sup>2</sup>、体積比はa<sup>3</sup>:b<sup>3</sup>

答 表面積…4倍、体積…8倍

#### 2 相似な立体の表面積と体積の比(2)

●相似な立体で、相似比がa:bのとき、表面積の比がa<sup>2</sup>:b<sup>2</sup>、体積比がa<sup>3</sup>:b<sup>3</sup>となることを利用して表面積や体積を求めることができる。

〈例〉右の図の円柱Aと円柱Bは相似な立体で、相似比は2:3である。円柱Aの表面積は288πcm<sup>2</sup>で、体積は648πcm<sup>3</sup>である。円柱Bの表面積と体積をそれぞれ求めなさい。



(解説) 円柱A、Bの相似比は2:3だから、

表面積の比は  $2^2:3^2=4:9$

円柱Bの表面積をxcm<sup>2</sup>とすると、 $288\pi:x=4:9$

これより、 $4x=288\pi \times 9$  よって、 $x=648\pi$

また、体積比は  $2^3:3^3=8:27$

円柱Bの体積をycm<sup>3</sup>とすると、 $648\pi:y=8:27$

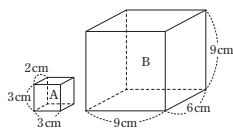
これより、 $8y=648\pi \times 27$  よって、 $y=2187\pi$

答 表面積…648πcm<sup>2</sup>  
体積…2187πcm<sup>3</sup>

#### やってみよう

上の(例)にならって解いてみよう。

1 右の図の直方体Aと直方体Bは相似で、各辺を3倍に拡大したものである。このとき、次の問に答えなさい。



相似比は、3:9=1:3

図1:3

2 直方体Aと直方体Bの表面積の比を求めなさい。

表面積の比は、相似比の2乗に等しくなる。

図1:9

3 直方体Aと直方体Bの体積比を求めなさい。

体積比は、相似比の3乗に等しくなる。

したがって、1<sup>3</sup>:3<sup>3</sup>=1:27

図1:27

2 相似な2つの円錐P、Qがあって、底面の半径はそれぞれ8cm、6cmである。このとき、次の問に答えなさい。

1 Pの表面積が160πcm<sup>2</sup>のとき、Qの表面積を求めなさい。

円錐Pと円錐Qの相似比は、8:6=4:3 表面積の比は、相似比の2乗に等しくなるから、4<sup>2</sup>:3<sup>2</sup>=16:9 図90πcm<sup>2</sup>

2 Qの体積が54πcm<sup>3</sup>のとき、Pの体積を求めなさい。

体積比は、相似比の3乗に等しくなるから、4<sup>3</sup>:3<sup>3</sup>=64:27

図128πcm<sup>3</sup>

#### 練習しよう①

わからないときは、「確かめよう」を見直そう。

1 右の図のような三角錐ABCDを、底面に平行な平面でP、Q2つの立体に切り分けたところ、立体Pの高さは三角錐ABCDの1/2となった。このとき、次の問に答えなさい。

1 立体Pと三角錐ABCDの相似比は、立体の高さの比になるから、1:2

図1:4

2 立体Pと立体Qの体積比を求めなさい。

立体Pと三角錐ABCDの体積比は、相似比の3乗に等しくなるから、1<sup>3</sup>:2<sup>3</sup>=1:8

図1:7

2 2つの球A、Bがあり、その直径の比は2:3である。球Bの表面積が144πcm<sup>2</sup>、体積が288πcm<sup>3</sup>のとき、次の問に答えなさい。

1 球Aの表面積は何cm<sup>2</sup>ですか。

球Aと球Bの相似比は、2:3 表面積の比は、相似比の2乗に等しくなるから、2<sup>2</sup>:3<sup>2</sup>=4:9

図64πcm<sup>2</sup>

2 球Aの体積は何cm<sup>3</sup>ですか。

球Aと球Bの体積比は、相似比の3乗に等しくなるから、2<sup>3</sup>:3<sup>3</sup>=8:27

図256/3 πcm<sup>3</sup>

#### 練習しよう②

わからないときは、「確かめよう」を見直そう。☆印はレベルアップ問題。

1 相似な円柱P、Qがあり、円柱P、Qの表面積がそれぞれ18πcm<sup>2</sup>、50πcm<sup>2</sup>である。円柱Pと円柱Qの体積比を求めなさい。

円柱Pと円柱Qの表面積の比は18π:50π=9:25 表面積の比は、相似比の2乗に等しくなるから、9:25=3<sup>2</sup>:5<sup>2</sup>より、相似比は、3:5

体積比は、相似比の3乗に等しくなるから、3<sup>3</sup>:5<sup>3</sup>=27:125

図27:125

2 右の図のような円錐の形をした容器に、3750mLの水を入れたところ、水の深さは20cmになった。このとき、次の問に答えなさい。

1 水が入っている部分と容器の形は相似な立体である。その相似比を求めなさい。

相似比は20:24=5:6

図5:6

☆2 この容器には、あと何mLの水を入れることができますか。

体積比は、相似比の3乗に等しくなるから、5<sup>3</sup>:6<sup>3</sup>=125:216より、容器の体積をVmLとすると、125:216=3750:V

図2730mL

### 円周角の定理

#### 確かめよう

必ずおぼえよう。(例)で解き方をマスターしよう。

#### 1 円周角の定理(1)

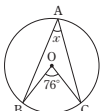
●円周角の定理…1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の半分である。

〈例〉右の図で、∠xの大きさを求めなさい。

(解説) ∠xはBCに対する円周角である。1つの弧に対する円周角は、その弧に対する中心角の半分になる。

∠x=1/2×76°=38°

答 38°



#### 2 円周角の定理(2)

●円周角の定理より、1つの弧に対する円周角の大きさが等しいことを利用して問題を解くことができる。

〈例〉右の図で、∠xの大きさを求めなさい。

(解説) BCに対する円周角は等しいから、

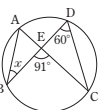
∠BAC=∠BDC=60°

△ABEで、三角形の外角は、それと

り合わない2つの内角の和に等しいから、

∠x=91°-60°=31°

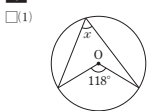
答 31°



#### やってみよう

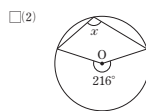
上の(例)にならって解いてみよう。

1 次の図で、∠xの大きさを求めなさい。



∠x=1/2×118°

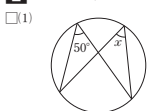
図∠x=59°



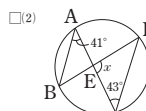
∠x=1/2×216°

図∠x=108°

2 次の図で、∠xの大きさを求めなさい。



図∠x=50°



∠BAC=∠BDC=41°

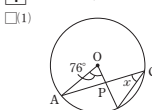
△DECで内角の和は180°

図∠x=96°

#### 練習しよう①

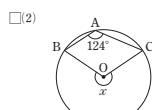
わからないときは、「確かめよう」を見直そう。

1 次の図で、∠xの大きさを求めなさい。



∠x=1/2×76°

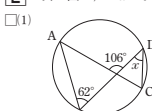
図∠x=38°



∠x=124°×2

図∠x=248°

2 次の図で、∠xの大きさを求めなさい。

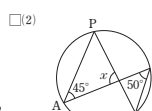


∠ACD=∠ABD=62°

∠x+62°=106°

∠x=106°-62°

図∠x=44°



∠APB=∠AQB=50°

∠x=180°-(45°+50°)

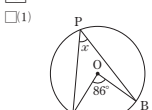
∠x=180°-95°

図∠x=85°

#### 練習しよう②

わからないときは、「確かめよう」を見直そう。

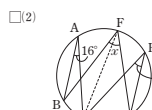
1 次の図で、∠xの大きさを求めなさい。



∠x=1/2×86°

=43°

図∠x=43°



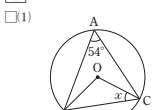
∠BFC=∠BAC=16°

∠CFD=∠CED=30°

∠x=16°+30°

図∠x=46°

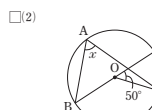
2 次の図で、∠xの大きさを求めなさい。



∠BOC=2∠BAC=108°

△OBCは、OB=OCの二等辺三角形。

図∠x=36°



∠BOC=2∠BAC=2∠x

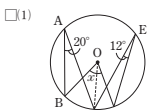
2∠x+50°=180°

2∠x=130°

図∠x=65°

#### 補充問題

★ 次の図で、∠xの大きさを求めなさい。

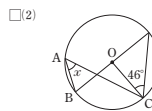


∠BOC=2∠BAC=40°

∠COD=2∠CED=24°

∠x=40°+24°

図∠x=64°



∠BDC=∠BAC=∠x

∠BOC=2∠BAC=2∠x

2∠x=∠x+46°

図∠x=46°