25 三平方の定理

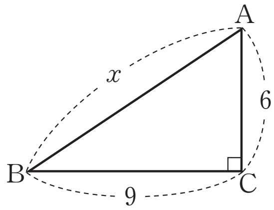
テーマ
① 三平方の定理を学習し，直角三角形の辺の長さを求める。
② 特別な直角三角形の辺の比を学習する。

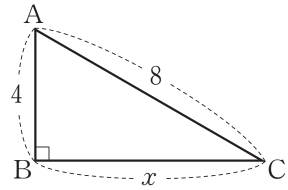
学習1 三平方の定理

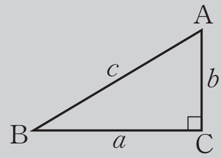
基本CHECK!

● **三平方の定理**…直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a，b，斜辺の長さを c とすると，$\boldsymbol{a^2+b^2=c^2}$

例題 次の図の△ABCで，x の値を求めなさい。

(1)


(2)


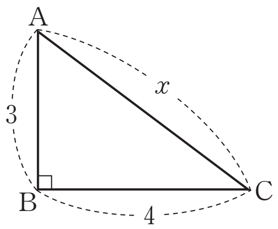
POINT
[三平方の定理]
∠C＝90° ならば，
$\boldsymbol{a^2+b^2=c^2}$


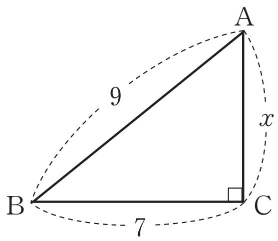
解法 (1) ∠C＝90° だから，三平方の定理により，$9^2+6^2=x^2$
よって，$x^2=9^2+6^2=117$　　$x>0$ より，$x=\sqrt{117}=3\sqrt{13}$
(2) ∠B＝90° だから，三平方の定理により，$4^2+x^2=8^2$
よって，$x^2=8^2-4^2=48$　　$x>0$ より，$x=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

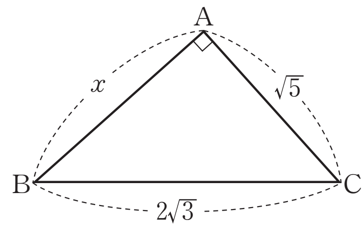
答 (1) $x=3\sqrt{13}$　(2) $x=4\sqrt{3}$

確認問題

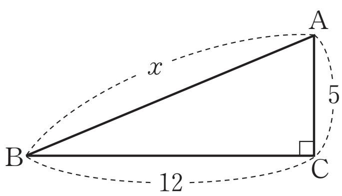
1 次の図は直角三角形である。x の値を求めなさい。

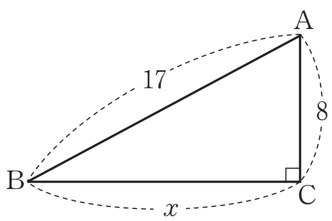
□(1)


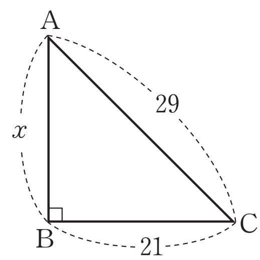
□(2)


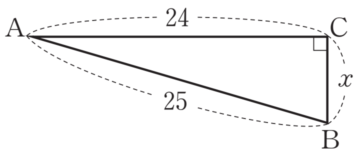
□(3)


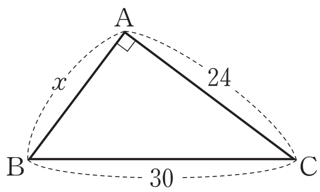
2 次の図は直角三角形である。x の値を求めなさい。

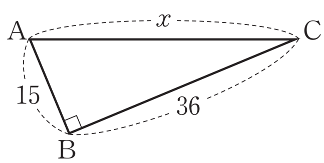
□(1)


□(2)


□(3)


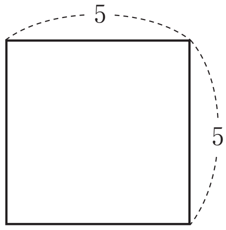
□(4)


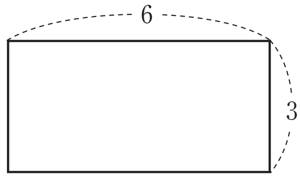
□(5)


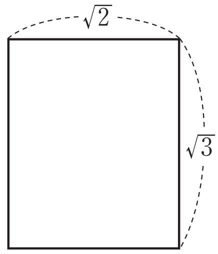
□(6)


3　次の図の正方形や長方形で，対角線の長さを求めなさい。

□(1)　□(2)　□(3)



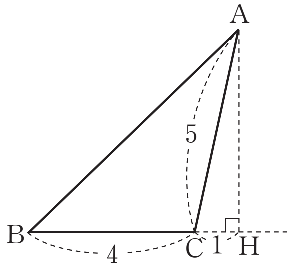




4　右の図のような△ABCについて，次の問いに答えなさい。

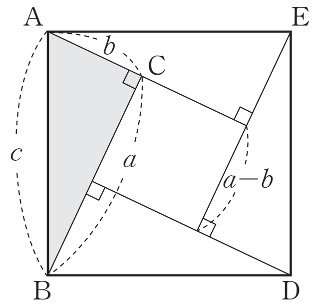
□(1)　垂線AHの長さを求めよ。

□(2)　辺ABの長さを求めよ。



学習 2　三平方の定理の証明

例題　$\angle C=90^\circ$ の直角三角形ABCがあり，各辺の長さを $BC=a$，$CA=b$，$AB=c$ とする。
これと合同な直角三角形を右の図のように並べて，正方形ABDEをつくる。この図の面積の関係を使って，三平方の定理 $a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを証明しなさい。



解法　正方形ABDEの面積を２通りの方法で表し，等号で結ぶ。

証明　正方形ABDEの面積を S とする。
１辺が c の正方形だから，$S=c^2$　……①
また，４つの合同な直角三角形と，中央にできる１辺が $a-b$ の正方形を合わせた図形だから，

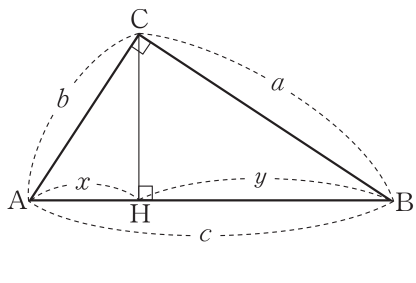
$$S=\frac{1}{2}ab\times4+(a-b)^2=2ab+a^2-2ab+b^2=a^2+b^2\quad\cdots\cdots②$$

①，②から，$a^2+b^2=c^2$

確認問題

□**5**　$\angle C=90^\circ$，$BC=a$，$CA=b$，$AB=c$ の直角三角形ABCについて，三平方の定理 $a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを，次のようにして証明した。$\boxed{}$にあてはまるものを答えなさい。

［証明］　右の図のように，頂点Cから辺ABに垂線CHをひき，
$AH=x$，$BH=y$ とおく。
△ABCと△CBHにおいて，
$\angle BCA=\angle BHC=90^\circ$　　$\angle ABC=\angle CBH$（共通）
２組の角がそれぞれ等しいので，△ABC∽△CBH
対応する辺の比は等しいから，$\boxed{ア}:a=a:\boxed{イ}$
よって，　$a^2=\boxed{ウ}$　……①
同様に，△ABC∽△ACHから，$\boxed{エ}:b=b:\boxed{オ}$
よって，　$b^2=\boxed{カ}$　……②
①＋②より，$a^2+b^2=\boxed{キ}+\boxed{ク}=c(\boxed{ケ}+\boxed{コ})=c^2$
したがって，$a^2+b^2=c^2$



学習 3　三平方の定理の逆

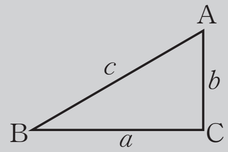
基本CHECK

●**三平方の定理の逆**…三角形の３辺の長さ a，b，c の間に，$a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立てば，その三角形は，長さ c の辺を斜辺とする直角三角形である。

例題　次の長さを３辺とする三角形は，直角三角形といえるか，答えなさい。

(1)　4 cm，5 cm，7 cm　　　(2)　$\frac{3}{10}$m，$\frac{2}{5}$m，$\frac{1}{2}$m

POINT
［三平方の定理の逆］
下の図で，
$a^2+b^2=c^2$ ならば，
$\angle C=90°$



解法　３辺の長さの間に，$a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立つか調べる。
このとき，c（斜辺）となりうるのは，もっとも長い辺である。

(1)　$4^2+5^2=16+25=41$，$7^2=49$ だから，
$a^2+b^2=c^2$ の関係が成り立たない。

(2)　相似な三角形で調べることができる。
それぞれの長さを10倍すると，3 m，4 m，5 m
$3^2+4^2=9+16=25$，$5^2=25$ だから，$3^2+4^2=5^2$
この三角形は，5 m の辺を斜辺とする直角三角形である。
したがって，もとの三角形は $\frac{1}{2}$m の辺を斜辺とする直角三角形である。

答　(1)　直角三角形ではない　　(2)　直角三角形である

確認問題

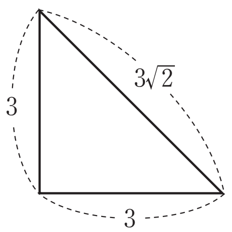
6　次の長さを３辺とする三角形は，直角三角形といえるか，答えなさい。

□(1)　5 cm，6 cm，8 cm　　□(2)　9 cm，12 cm，15 cm　　□(3)　$\sqrt{3}$ cm，2 cm，$\sqrt{7}$ cm

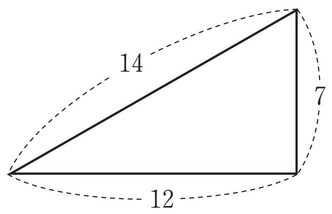
□(4)　$\frac{1}{2}$m，$\frac{3}{4}$m，$\frac{3}{5}$m　　□(5)　1 cm，$\frac{\sqrt{3}}{2}$cm，$\frac{\sqrt{2}}{3}$cm　　□(6)　1.8 cm，8.2 cm，8 cm

7　次の図の三角形は，直角三角形といえるか，答えなさい。

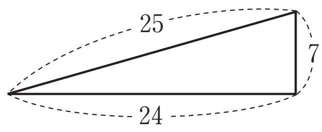
□(1)



□(2)



□(3)



□**8**　$m>n>0$ のとき，３辺の長さが次の式で表される三角形は直角三角形であることを証明しなさい。

m^2-n^2，　$2mn$，　m^2+n^2

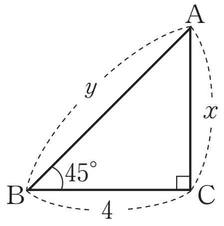
学習 4 特別な直角三角形の辺の比

基本CHECK!

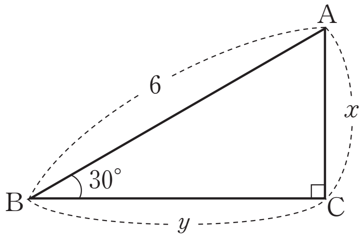
- **三角定規の直角三角形**…45°，45°，90° の直角三角形の 3 辺の比は，$1:1:\sqrt{2}$ （直角二等辺三角形）
  30°，60°，90° の直角三角形の 3 辺の比は，$1:2:\sqrt{3}$
- **3 辺の比が整数で表される直角三角形**… 3：4：5，　5：12：13，　8：15：17，　……など。

例題　次の図の△ABCで，x，y の値を求めなさい。

(1)

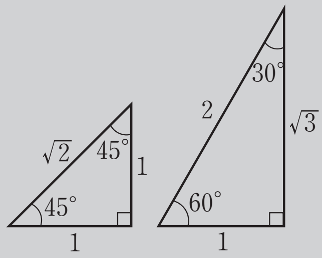


(2)



POINT

［三角定規型］



特別な直角三角形の辺の比を，比の性質を使って，問題に合うように変形する。

(1) $1:1:\sqrt{2}$ $\downarrow \times 4$ $4:x:y$　(2) $1:2:\sqrt{3}$ $\downarrow \times 3$ $x:6:y$

解法　(1)　45° の角をもつ直角三角形(直角二等辺三角形)だから，
辺の比は，$BC:CA:AB=1:1:\sqrt{2}$
$4:x:y=1:1:\sqrt{2}$ より，$x=4$，$y=4\sqrt{2}$

(2)　30° の角をもつ直角三角形だから，辺の比は，
$CA:AB:BC=1:2:\sqrt{3}$
$x:6:y=1:2:\sqrt{3}$ より，$x=3$，$y=3\sqrt{3}$

答　(1) $x=4$，$y=4\sqrt{2}$　(2) $x=3$，$y=3\sqrt{3}$

確認問題

□ **9**　右の図の三角形は，1 辺 1 の正方形を対角線で 2 等分したもの(**図 1**)と，1 辺 2 の正三角形を中線で 2 等分したもの(**図 2**)である。
　それぞれの図で，三平方の定理を使って，残りの辺の長さを求めなさい。

図 1

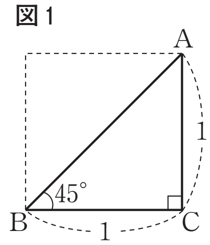
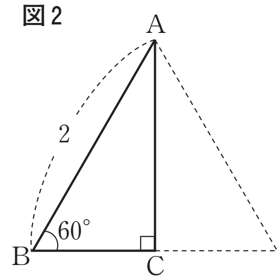
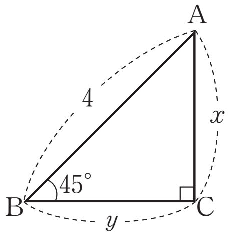


図 2

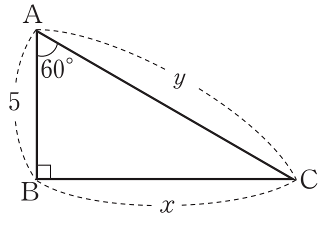


10　次の図の△ABCで，x，y の値を求めなさい。

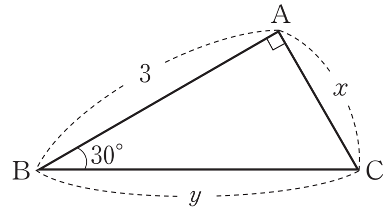
□(1)



□(2)

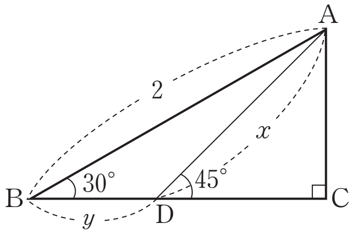


□(3)

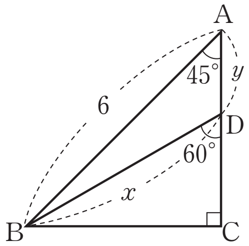


11　次の図の△ABCで，x，y の値を求めなさい。

□(1)



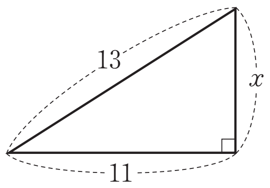
□(2)



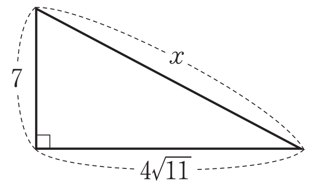
演 習 問 題 A

1 **〈三平方の定理〉** 次の図は直角三角形である。x の値を求めなさい。

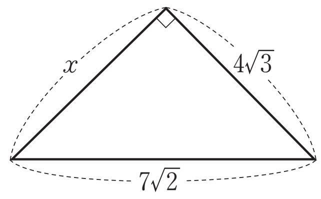
□(1)



□(2)



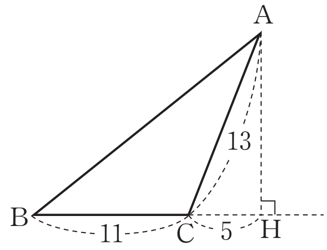
□(3)



2 **〈三平方の定理〉** 右の図の△ABCについて，次の問いに答えなさい。

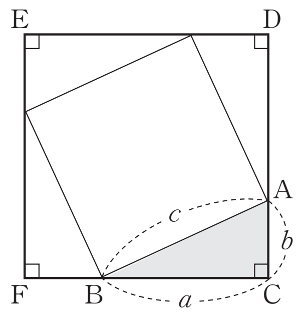
□(1)　垂線AHの長さを求めよ。

□(2)　辺ABの長さを求めよ。



□**3** **〈三平方の定理の証明〉** $\angle C=90^\circ$，$BC=a$，$CA=b$，$AB=c$ の直角三角形ABCがある。これと合同な直角三角形を右の図のように並べて，正方形CDEFをつくる。

この図の面積の関係を使って，三平方の定理 $a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを証明しなさい。



□**4** **〈三平方の定理の逆〉** 次の長さを３辺とする三角形のうち，直角三角形はどれか，答えなさい。

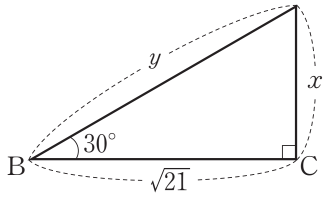
㋐　5，7，9　　㋑　2.5，6，6.5　　㋒　2，3，$\sqrt{7}$　　㋓　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\dfrac{\sqrt{5}}{3}$，$\dfrac{\sqrt{7}}{6}$

□**5** **〈三平方の定理の逆〉** ３辺の長さが７cm，５cm，３cmの三角形を，各辺をそれぞれ x cmずつ長くして直角三角形にしたい。

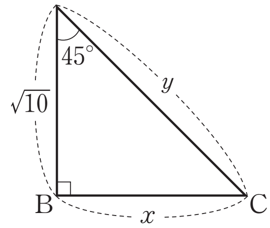
x の値を求めなさい。

6 **〈特別な直角三角形の辺の比〉** 次の図の△ABCで，x，y の値を求めなさい。

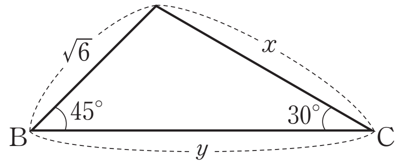
□(1)



□(2)



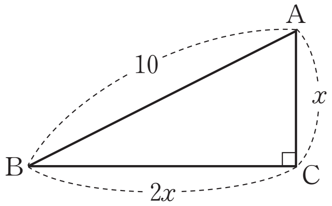
□(3)



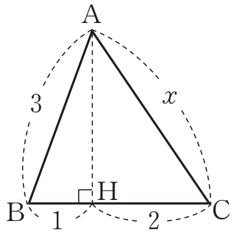
演 習 問 題 B

1 次の図の△ABCで，xの値を求めなさい。

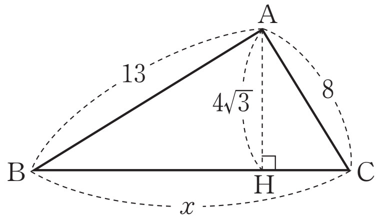
□(1)



□(2)

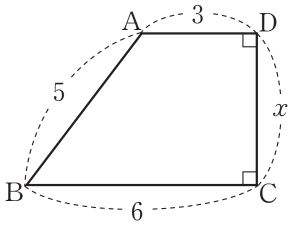


□(3)

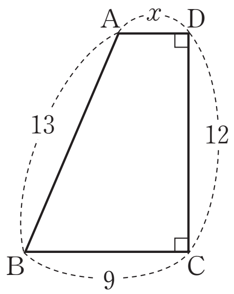


2 次の図の四角形ABCDで，xの値を求めなさい。

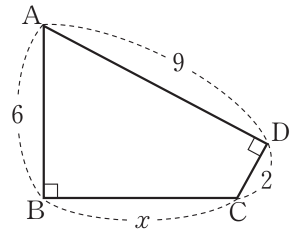
□(1)



□(2)



□(3)



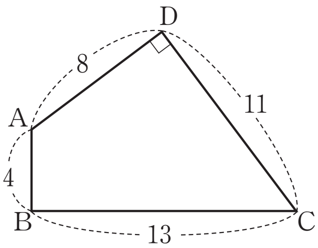
3 $x>1$ とする。3辺の長さが，$x-1$，$2\sqrt{x}$，$x+1$ で表される三角形がある。次の問いに答えなさい。

□(1)　この三角形が直角三角形であることを説明せよ。

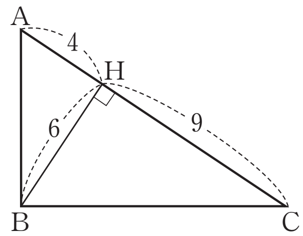
□(2)　このことを利用して，3辺の比が整数で表される直角三角形を3つ求め，その3辺の比を示せ。

4 次の図の四角形ABCD，△ABCで，∠ABC＝90°であることを証明しなさい。

□(1)

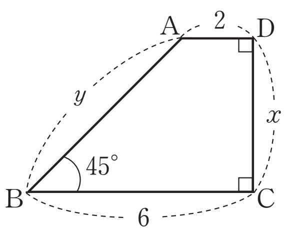


□(2)

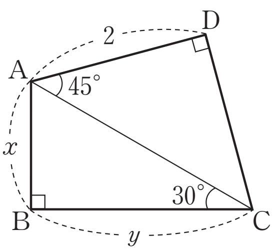


5 次の図の四角形ABCDで，x，yの値を求めなさい。

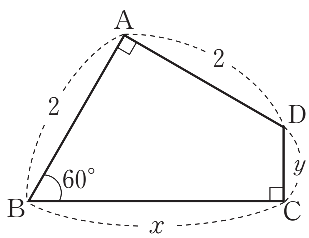
□(1)



□(2)



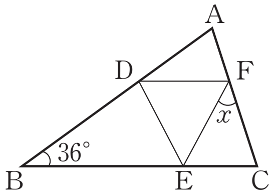
□(3)



第5章 章末精選問題 三角形と四角形

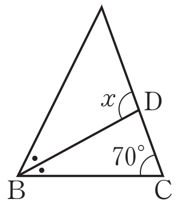
1 **〈二等辺三角形の性質〉** 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

回(1)



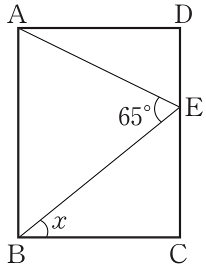
（AB＝BC，DF∥BC
△DFEは正三角形）

□(2)



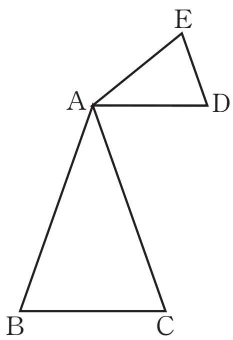
（AB＝AC，∠ABD＝∠DBC）

□(3)



（四角形ABCDは長方形
AB＝EB）

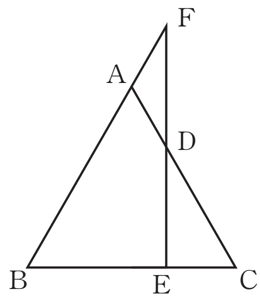
2 **〈二等辺三角形の性質の利用〉** 右の図のように，頂点Aが共通な2つの二等辺三角形ABCとADEがある。それぞれの頂角∠BAC，∠DAEは，ともに40°とする。



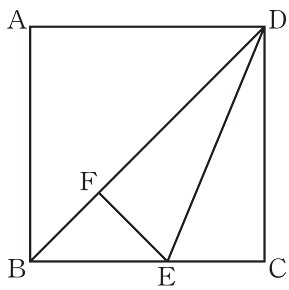
□(1)　AD∥BC，∠ABD＝20°のとき，∠ADBの大きさを求めよ。

□(2)　△ABD≡△ACEであることを証明せよ。

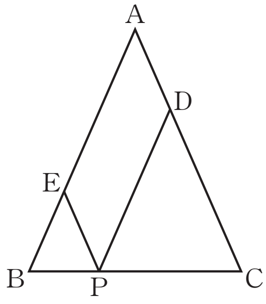
□**3** **〈二等辺三角形になるための条件〉** 右の図のように，AB＝ACの二等辺三角形ABCの辺AC上に点Dをとり，点Dを通る辺BCの垂線と，辺BCとの交点をE，辺BAを延長した直線との交点をFとする。このとき，AD＝AFであることを証明しなさい。



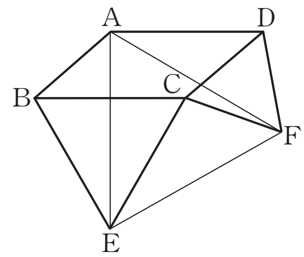
回**4** **〈直角三角形と証明〉** 右の図の正方形ABCDにおいて，∠BDCの二等分線と辺BCの交点をEとする。また，Eから対角線BDに垂線EFをひく。このとき，DB＝DC＋CEであることを証明しなさい。



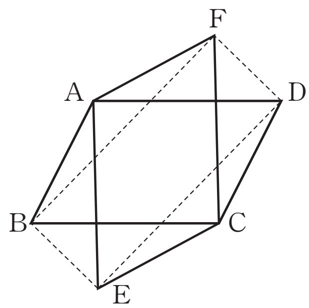
□**5** **〈平行四辺形の性質の利用〉** AB＝ACである△ABCの辺BC上に点Pをとる。Pを通りAB，ACに平行な直線をひき，AC，ABとの交点をそれぞれD，Eとする。このとき，PD＋PE＝ACであることを証明しなさい。



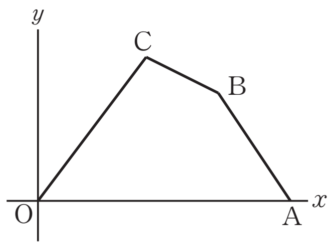
□**6** **〈平行四辺形の性質の利用〉** 右の図のように，▱ABCDの辺BC，CDをそれぞれ１辺とする正三角形BEC，正三角形CFDをつくり，３点A，E，Fをそれぞれ直線で結ぶ。このとき，△AEFは正三角形であることを証明しなさい。



□**7** **〈平行四辺形になるための条件〉** 右の図のように，頂点A，Cが共通な２つの平行四辺形ABCD，AECFがある。このとき，４点B，E，D，Fを頂点とする四角形BEDFは平行四辺形であることを証明しなさい。



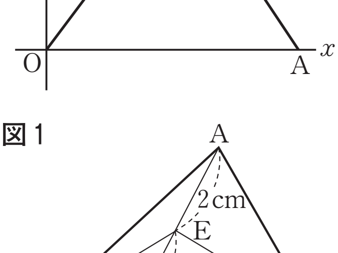
□**8** **〈等積変形〉** 原点Oと３点A(7，0)，B(5，3)，C(3，4)を頂点とする四角形OABCの面積を点Cを通る直線で２等分するとき，その直線の式を求めなさい。



9★**〈線分の比と面積の比〉** 次の問いに答えなさい。

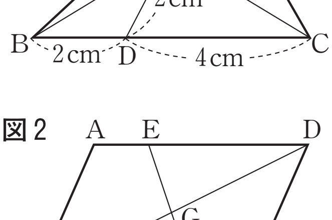
□(1) **図１**の△ABCの面積は，△BDEの面積の何倍になるか。

図１



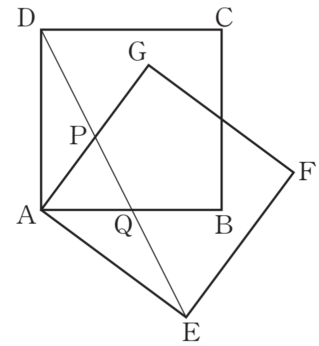
□(2) **図２**の▱ABCDで，点E，Fはそれぞれ辺AD，BC上の点である。
また，AE：ED＝CF：FB＝1：3とし，EFとBDの交点をGとする。このとき，▱ABCDの面積は四角形ABGEの面積の何倍になるか。

図２

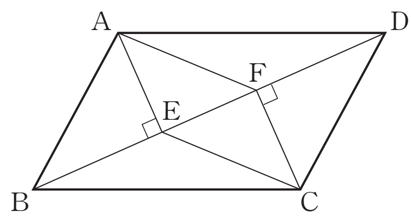


第５章 章末応用問題 三角形と四角形

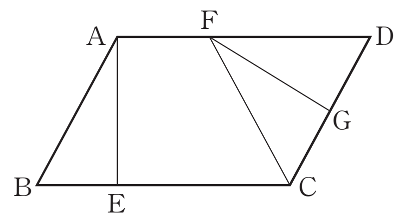
□**1** 右の図で，正方形AEFGは，正方形ABCDを，頂点Aを回転の中心として，時計の針の回転と同じ向きに回転移動したものである。また，P，Qはそれぞれ線分DEと辺AG，ABとの交点である。このとき，AP＝AQとなることを証明しなさい。ただし，回転する角度は90°よりも小さいものとする。



□**2** 右の図のように，▱ABCDの頂点A，Cから対角線BDに垂線をひき，対角線との交点をそれぞれE，Fとする。このとき，四角形AECFは，平行四辺形であることを証明しなさい。

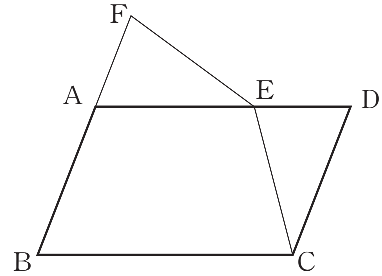


□**3** 右の図において，四角形ABCDは平行四辺形である。点Eは点Aから辺BCにひいた垂線とBCとの交点である。また，点Fは∠BCDの二等分線と辺ADとの交点であり，点GはFから辺CDにひいた垂線とCDとの交点である。このとき，AE＝FGであることを証明しなさい。



4 右の図のように，▱ABCDの辺AD上にAB＝AEとなる点Eをとり，BAの延長上にAD＝BFとなる点Fをとる。EとF，CとEをそれぞれ結ぶ。次の問いに答えなさい。

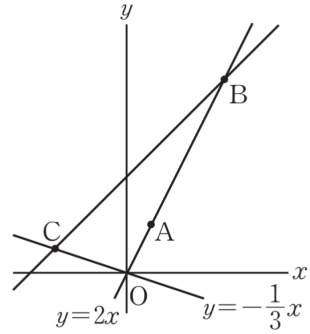
□(1)　△AEF≡△DCEであることを証明せよ。



□(2)　AとC，DとFをそれぞれ結び，△EACと△EDFをつくる。AB＝3cm，BC＝5cmのとき，△EACの面積は△EDFの面積の何倍であるかを求めよ。

5 図で，Oは原点，A，Bはともに直線 $y=2x$ 上の点，Cは直線 $y=-\frac{1}{3}x$ 上の点であり，点A，B，Cの x 座標はそれぞれ1，4，-3 である。

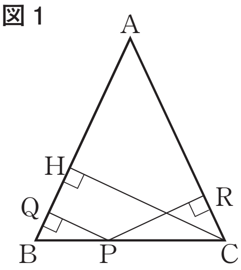
このとき，点Aを通り，△OBCの面積を2等分する直線と直線BCとの交点の座標を求めなさい。



6 思考・表現 **図1**は二等辺三角形ABCの底辺BC上の点Pから，2辺AB，ACにそれぞれ垂線PQ，PRをひき，さらに，点Cから辺ABに垂線CHをひいたものである。このとき，PQ＋PR＝CHの関係が成り立つ。次に示すのは，上のことを証明しようとした，花子さんたちのグループの話し合いの場面である。

> 太郎：どう考えたらいいのかな……。
> 花子：あっ！わかった！　PからCHに垂線をひいて，それを今…PSとすると，
> 　　　PQとSHの長さが等しくなりそうだわ。
> 次郎：どうして？
> 花子：それはね，$\boxed{\text{ア}}$
> 太郎：すると，…残りのPRとCSの長さが等しくなることがいえればいいんだね。
> 良子：そうね。つまり，<u>△SPC≡△RCP</u> が証明できればいいんだわ。

図1



(1) $\boxed{\text{ア}}$ について，あなたならどう説明するか。

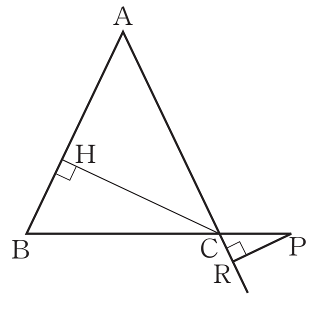
(2) △SPC≡△RCPを証明せよ。

(3) 花子さんたちのグループでは，このあと，**図1**の点Pが，**図2**のように辺BCを延長した直線上にある場合について調べることにした。**図2**のように辺ACを延長した直線に点Pから垂線PRをひいて考えることにした。

① 点Pから辺ABに垂線PQをひきたい。コンパスと定規を使って作図せよ。作図に使った線は残しておくこと。

② 作図した図を見て，PQ，PR，CHの間にはどんな関係が成り立つか，書け。

図2

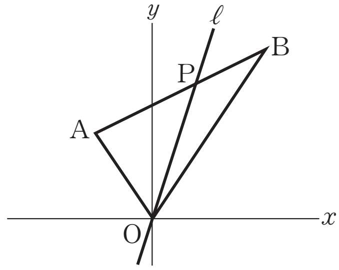


難関チャレンジ講座

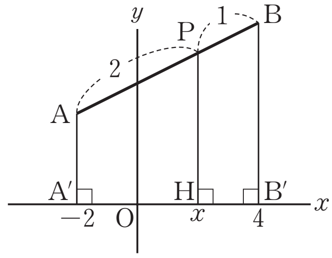
1　座標平面と相似

学習1　1次関数と相似

例題　右の図のように，原点O，A$(-2,\ 3)$，B$(4,\ 6)$を頂点とする△OABがあり，原点を通る直線ℓと辺ABとの交点をPとする。
△OAP：△OPB＝2：1となるとき，直線ℓの式を求めなさい。

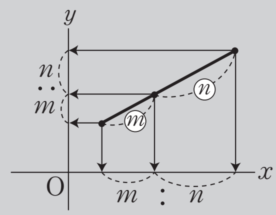


解法　AP：PB＝2：1のとき，△OAP：△OPB＝2：1となる。
P$(x,\ y)$とし，右の図のように，点A$(-2,\ 3)$，P，B$(4,\ 6)$からx軸に垂線AA′，PH，BB′をひくと，
AA′∥PH∥BB′だから，平行線と線分の比の定理より，
A′H：HB′＝AP：PB＝2：1
よって，$\{x-(-2)\}:(4-x)=2:1$
これを解くと，$x=2$
同様に，$(y-3):(6-y)=2:1$より，$y=5$



答　$y=\dfrac{5}{2}x$

POINT
［線分を分ける点の座標］



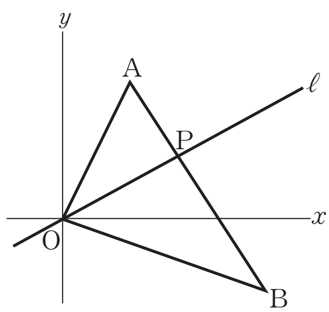
演習問題

□**1**　2点A$(-3,\ -1)$，B$(7,\ 4)$を結ぶ線分ABを3：2に分ける点Pの座標を求めなさい。

2　右の図のように，原点O，A$(3,\ 6)$，B$(9,\ -3)$を頂点とする△AOBがある。また，原点を通る直線ℓと辺ABとの交点をPとする。次の問いに答えなさい。

□(1)　直線ℓが△AOBの面積を2等分するとき，点Pの座標を求めよ。

□(2)　△AOP：△BOP＝1：2となるとき，直線ℓの式を求めよ。

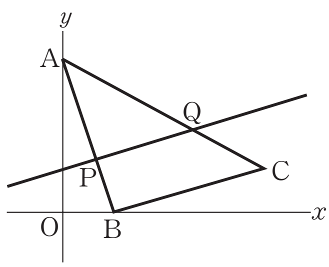


3　3点A$(0,\ 9)$，B$(3,\ 0)$，C$(12,\ 3)$を頂点とする△ABCがあり，辺ABを2：1に分ける点をP，点Pを通り辺BCに平行な直線と辺ACとの交点をQとする。次の問いに答えなさい。

□(1)　点Pの座標を求めよ。

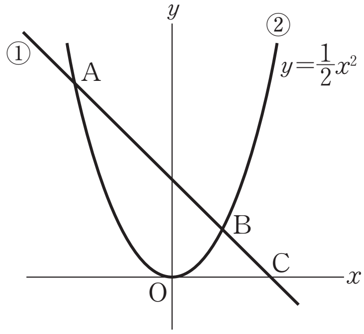
□(2)　点Qの座標を求めよ。

□(3)　△APQと四角形PBCQの面積比を求めよ。



学習 2　放物線と相似

例題　右の図のように，直線①が放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ ……②と２点A，Bで交わり，x 軸と点Cで交わっている。



B(2，2)，AB：BC＝3：1のとき，次の問いに答えなさい。

(1)　点A，Cの座標をそれぞれ求めよ。

(2)　直線①の式を求めよ。

解法　(1)　点A，Bから x 軸にそれぞれ垂線AA′，BB′をひくと，

AA′：BB′＝AC：BC＝(3＋1)：1＝4：1

BB′＝2 より，AA′＝8　　　すなわち，Aの y 座標は 8

②に $y=8$ を代入して，$8=\frac{1}{2}x^2$　　　$x^2=16$

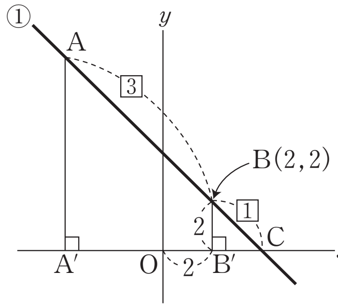
点Aの x 座標は負だから，$x=-4$　　　よって，A(−4，8)

A′B′：B′C＝AB：BC＝3：1　A′B′＝2−(−4)＝6 より，B′C＝2

よって，OC＝2＋2＝4 より，C(4，0)

(2)　BB′＝2，B′C＝2 より，傾きは −1

したがって，OC＝4 より，切片は 4

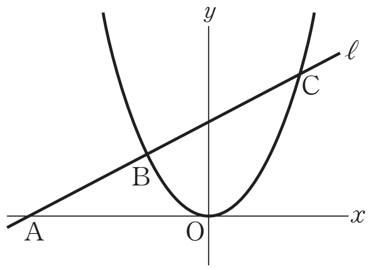


答　(1)　A(−4，8)，C(4，0)　　(2)　$y=-x+4$

演習問題

4　右の図のように，x 軸と点Aで交わる直線 ℓ が，放物線 $y=ax^2$ と２点B，Cで交わっている。

B(−4，4)，AB：BC＝4：5 のとき，次の問いに答えなさい。



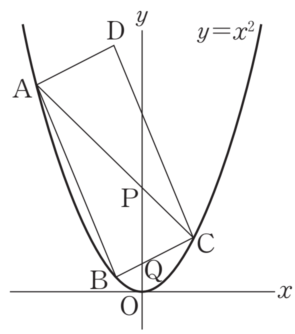
□(1)　a の値を求めよ。

□(2)　点A，Cの座標それぞれを求めよ。

□(3)　直線 ℓ の式を求めよ。

5　右の図は関数 $y=x^2$ のグラフで，グラフ上の３点A，B，Cの x 座標はそれぞれ −4，−1，2 である。

点Dを四角形ABCDが平行四辺形になるようにとり，線分AC，BCが y 軸と交わる点をそれぞれP，Qとする。次の問いに答えなさい。

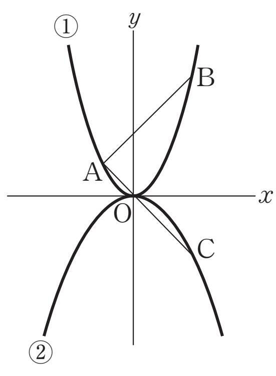


□(1)　点Dの座標を求めよ。

□(2)　△CPQと平行四辺形ABCDの面積比を求めよ。

□**6**　右の図で，①，②はそれぞれ関数 $y=x^2$，$y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。点A，Bは放物線①上にあり，x 座標はそれぞれ −1，2 である。点Cは放物線②上にあり，x 座標は 2 である。

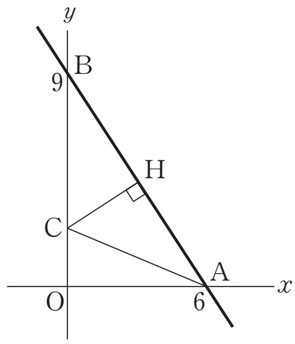
直線BOが放物線②と原点O以外で交わる点をPとするとき，△PCOと△AOBの面積比を求めなさい。



2 座標平面と三平方の定理

学習 1　1次関数と三平方の定理の利用

例題　右の図のように，点A(6，0)，B(0，9)があり，線分OB上にAC＝BCとなる点Cをとる。また，Cから線分ABに垂線をひき，交点をHとする。このとき，次の線分の長さを求めなさい。



(1)　AB　　　(2)　BC　　　(3)　CH

解法　(1)　△BOAで，三平方の定理により，AB＝$\sqrt{9^2+6^2}=3\sqrt{13}$

(2)　AC＝BC＝aとおくと，CO＝$9-a$

△COAで，三平方の定理により，$AC^2=CO^2+OA^2$だから，

$a^2=(9-a)^2+6^2$　　これを解いて，$a=\dfrac{13}{2}$

(3)　△ABCの面積について，$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{13}{2}\times6=\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{13}\times$CHが成り立つ。よって，CH＝$\sqrt{13}$

（別解1）　△ABCは二等辺三角形だから，Hは線分ABの中点である。

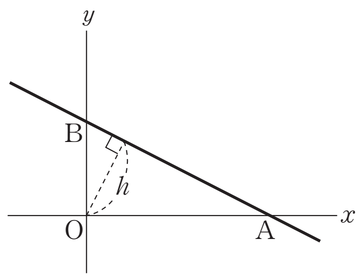
C$\left(0,\ \dfrac{5}{2}\right)$，H$\left(3,\ \dfrac{9}{2}\right)$より，$CH^2=3^2+\left(\dfrac{9}{2}-\dfrac{5}{2}\right)^2=13$　　CH＝$\sqrt{13}$

（別解2）　△BCH∽△BAOから，CH：AO＝BC：BAを利用する。

答　(1)　$3\sqrt{13}$　　(2)　$\dfrac{13}{2}$　　(3)　$\sqrt{13}$

演習問題

1　右の図のように，直線$x+2y-4=0$がx軸，y軸とそれぞれ点A，Bで交わっている。このとき，次の問いに答えなさい。

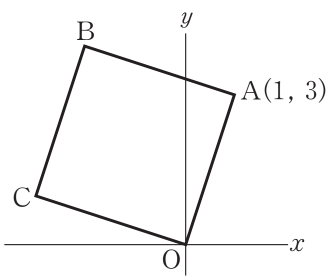


□(1)　線分ABの長さを求めよ。

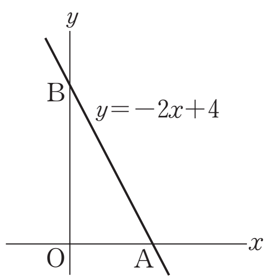
□(2)　原点Oと直線$x+2y-4=0$との距離hを求めよ。

2　次の問いに答えなさい。

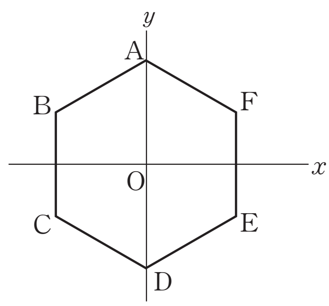
□(1)　右の図で，正方形OABCの面積を求めよ。



□(2)　右の図で，3点O，A，Bを通る円の半径を求めよ。



3　右の図は，1辺の長さが2の正六角形で，A(0，2)，D(0，−2)である。次の問いに答えなさい。



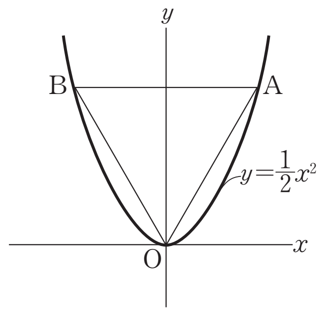
□(1)　点Fの座標を求めよ。

(2)　次の直線の式を求めよ。

□①　直線AB　　　□②　直線DF

学習 2　放物線と三平方の定理の利用

例題　右の図は，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，点A，Bはこのグラフ上にあり，



線分ABは x 軸と平行である。△OABが正三角形であるとき，次の問いに答えなさい。

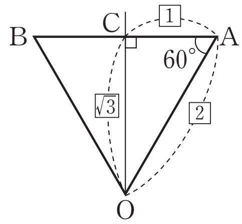
(1)　点Aの座標を求めよ。ただし，x 座標は正とする。

(2)　△OABを，y 軸を軸として１回転してできる立体の体積を求めよ。

解法　(1)　点Aの x 座標を a，線分ABと y 軸の交点をCとする。

△OACは ∠OAC$=60°$ の直角三角形だから，

AC：CO$=1:\sqrt{3}$　　　AC$=a$ より，CO$=\sqrt{3}a$



したがって，A$(a,\ \sqrt{3}a)$と表される。Aは放物線上の点だから，

$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=a$，$y=\sqrt{3}a$ を代入し，$\sqrt{3}a=\frac{1}{2}a^2$

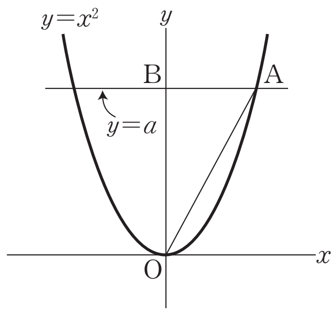
これを $a>0$ で解くと，$a=2\sqrt{3}$　　　ゆえに，A$(2\sqrt{3},\ 6)$

(2)　底面の半径AC$=2\sqrt{3}$，高さCO$=6$ の円錐となるから，体積は，$\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{3})^2\times6=24\pi$

答　(1)　$(2\sqrt{3},\ 6)$　　(2)　24π

演 習 問 題

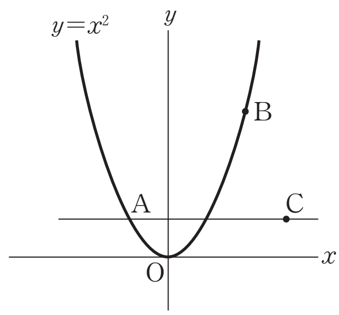
4　右の図のように，放物線 $y=x^2$ と直線 $y=a$ が異なる２点で交わっている。そのうちの１点をA，直線 $y=a$ と y 軸との交点をBとして，△OABをつくる。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　OA$=\sqrt{6}$ のとき，a の値を求めよ。

□(2)　△OABを，y 軸を軸として１回転してできる立体の体積を V とする。V を a の式で表せ。

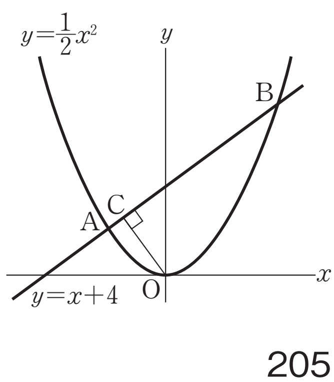
5　右の図のように，放物線 $y=x^2$ 上に２点A，Bがあり，A，Bの x 座標は，それぞれ-1，２である。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　２点A，B間の距離を求めよ。

□(2)　点Aを通り x 軸に平行な直線上に点Cをとるとき，∠ABC$=90°$ となるようなCの座標を求めよ。

6　右の図のように，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=x+4$ との交点をA，Bとする。次の問いに答えなさい。



□(1)　線分ABの長さを求めよ。

□(2)　原点Oから直線ABに垂線をひき，その交点をCとする。線分OCの長さを求めよ。