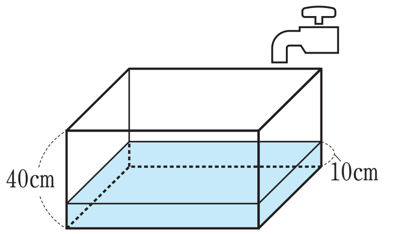
9 1次関数(1)

学習日　　月　　日

1 1次関数の式

例題 1 深さ 40cm の水そうに 10cm まで水が入っている。この水そうに，深さが毎分 2cm ずつ深くなるように水をいっぱいになるまで入れる。水を入れ始めてから x 分後の水の深さを $y$cm とする。

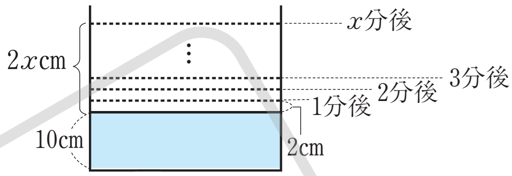


(1)　6 分後の水の深さを求めなさい。

(2)　y を x の式で表しなさい。また，変化の割合を答えなさい。

(3)　x の変域を求めなさい。

解き方 下をかくして解いてみよう！



(1)　6 分間に，$2\times6=12$(cm)深くなるから，
合計で，$12+10=22$(cm)　答 **22cm**

(2)　右のように，x 分間に，$2\times x=2x$(cm)深くなるから，
x 分後の水の深さは，$2x+10$(cm)　答 式…$y=2x+10$，変化の割合…2

(3)　満水になるのは，$40=2x+10$，$x=15$ より，15 分後。　答 $0\leqq x\leqq15$
深さが 40cm になる

覚えておこう 一次関数の式

$y=\underbrace{ax}_{\text{比例する部分}}+\underbrace{b}_{\text{定数部分}}$

ポイント 変化の割合

$(\text{変化の割合})=\dfrac{(y\text{ の増加量})}{(x\text{ の増加量})}$

※関数 $y=ax+b$ では常に一定で a に等しい。

1 深さ 60cm の水そうに 12cm まで水が入っている。この水そうに，深さが毎分 3cm ずつ深くなるように水をいっぱいになるまで入れる。水を入れ始めてから x 分後の水の深さを $y$cm とする。

□(1)　y を x の式で表しなさい。また，変化の割合を答えなさい。

□(2)　x の変域を求めなさい。

□ **2** 水が 80L 入っている水そうから，毎分 4L の割合で排水していく。x 分後に残っている水の深さを $y$cm とする。y を x の式で表しなさい。また，x の変域も求めなさい。

3 1次関数 $y=6x-5$ について，次の問いに答えなさい。

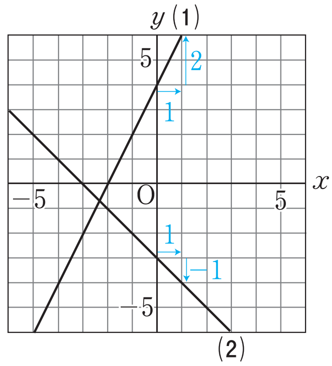
□(1)　x の増加量が 3 のときの y の増加量を求めなさい。

□(2)　x の変域が $-1\leqq x\leqq8$ のとき，y の変域を求めなさい。

Sample

2 1次関数のグラフ

例題 2 右の(1)，(2)のグラフの式を求めなさい。



解き方 下をかくして解いてみよう！

(1) y 軸との交点$(0,\ 4)$より，切片は 4

x が 1 増加すると y は 2 増加している。(右図)

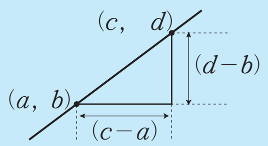
傾きは，$\dfrac{2}{1}=2$　　答　$y=2x+4$

(2) y 軸との交点$(0,\ -3)$より，切片は -3

x が 1 増加すると y は -1 減少している。(右図)

傾きは，$\dfrac{-1}{1}=-1$　　答　$y=-x-3$

ポイント 傾きの求め方



2 点$(a,\ b)$,$(c,\ d)$を通る

直線の傾き→$\dfrac{d-b}{c-a}$

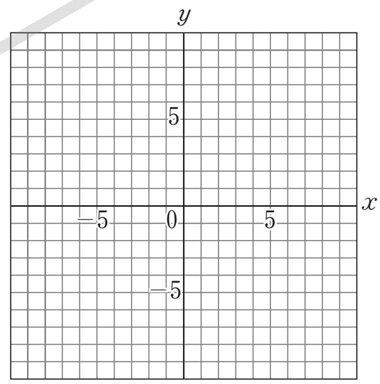
覚えておこう 一次関数の式とグラフ

・変化の割合が 2　⇔　傾きが 2

・$x=0$ のとき $y=2$　⇔　切片が 2

・$x=2$ のとき $y=3$　⇔　点$(2,\ 3)$を通る

1 次の①～⑤のグラフをかきなさい。

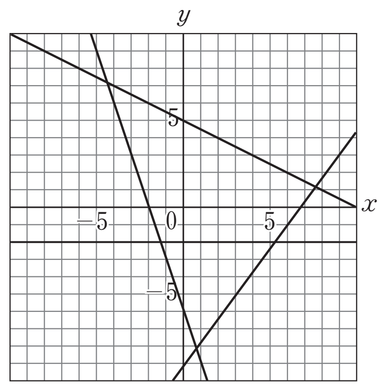


□① $y=x-1$　　□② $y=-2x+2$

□③ $y=\dfrac{3}{2}x+6$ $(-6\leqq x\leqq 2)$　　□④ $y=-\dfrac{1}{3}x-7$ $(-3\leqq x\leqq 9)$

□⑤ $x=-8$

2 右の①～④のグラフの式を求めなさい。



□① [　　　　　　　　]

□② [　　　　　　　　]

□③ [　　　　　　　　]

□④ [　　　　　　　　]

Sample

3 直線の式を求める

例題 3 次の直線の式を求めなさい。

(1) 直線 $y=-3x+8$ に平行で，点(2, 5)を通る直線

(2) 2 点(1, 3) (−2, −9)を通る直線

解き方 下をかくして解いてみよう！

(1) 傾きは −3 だから，$y=-3x+b$ に $x=2$，$y=5$ を代入して，

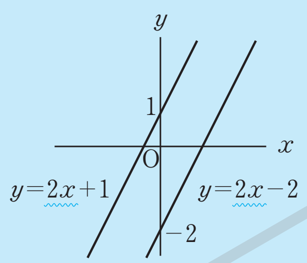
$5=-3\times2+b$，$b=11$ 　　答 $y=-3x+11$

(2) 求める直線を $y=ax+b$ とする。

$\begin{cases} 3=a+b & \leftarrow y=ax+b \text{ に } x=1,\ y=3 \text{ を代入} \\ -9=-2a+b & \leftarrow y=ax+b \text{ に } x=-2,\ y=-9 \text{ を代入} \end{cases}$ これを解いて，$\begin{cases} a=4 \\ b=-1 \end{cases}$

答 $y=4x-1$

ポイント 傾きが等しい直線



ポイント 直線の式の求め方

○傾き（または切片）と 1 点の座標が分かるとき

例 傾きが 3 で，点 (1, 0) を通る→ $y=3x+b$ に $x=1$，$y=0$ を代入。

○2 点の座標が分かるとき

例 (−2, −3)，(2, 5) を通る→連立方程式や $\begin{cases} -3=-2a+b \\ 5=2a+b \end{cases}$ を解く。

1 次の直線の式を求めなさい。

□(1) 傾きが −1 で，点(3, 1)を通る直線

□(2) 切片が 5 で点(4, −3)を通る直線

□(3) 直線 $y=6x-4$ に平行で，点(3, 10)を通る直線

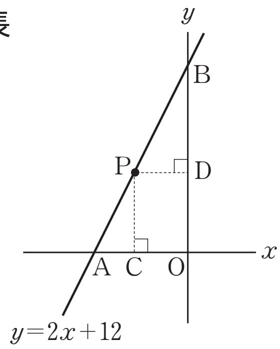
□(4) 2 点(3, −13) (−3, 5)を通る直線

□(5) 点(9, 12)を通り，x 軸に平行な直線

Sample

4 式と座標の利用

例題 4 図で，点 P は，$y=2x+12$ の線分 AB 上にあり，四角形 PCOD は長方形である。



(1) 点 A の座標を求めなさい。

(2) 点 P の x 座標が -2 のとき，長方形 PCOD の面積を求めなさい。

(3) 点 P の x 座標を t とする。PC=PD となるときの t の値を求めなさい。

解き方 下をかくして解いてみよう！

(1) $\underline{0=2x+12}$，$x=-6$　　答 **A(−6, 0)**

→ $y=2x+12$ に $y=0$ を代入

(2) 点 P の y 座標は，$y=2\times(-2)+12=8$

P$(-2,\ 8)$ より，C$(-2,\ 0)$，D$(0,\ 8)$ なので，PC$=8-0=8$，CO$=0-(-2)==2$

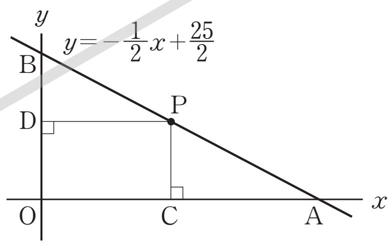
したがって，$28\times2=16$　　答 **16**

(3) 点 P の y 座標を t を使って表す。$y=2\times t+12=2t+12$ より，P$(t,\ 2t+12)$

C$(t,\ 0)$，D$(0,\ 2t+12)$ なので，PC$=(2t+12)-0=2t+12$，PD$=0-t=-t$

PC=PD だから，$2t+12=-t$，$t=-4$　　答 $\boldsymbol{t=-4}$

1 図で，点 P は，直線 $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{25}{2}$ の線分 AB 上にあり，四角形 DOCP は長方形である。

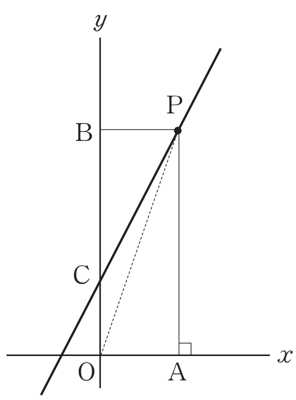


□(1) 点 A の座標を求めなさい。

□(2) 点 P の x 座標が 5 のとき，長方形 DOCP の面積を求めなさい。

□(3) 点 P の x 座標を t とする。PC=PD となるときの t の値を求めなさい。

2 図で，直線 $y=2x+4$ 上に点 P をとり，P の x 座標を t とする。



□(1) PA：PB=3：1 となるときの点 P の座標を求めなさい。

□(2) △CPO の面積が 28 となるときの点 P の x 座標を求めなさい。

Sample