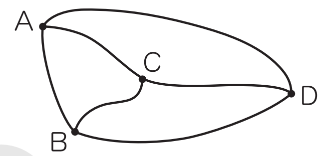
第19回 場合の数(1)—ならべ方

ねらい
- ある地点から，同じ点を２度通らずに目的地に行く道順が何通りあるかを求める。
- ごばんの目の形をした道で，もっとも短い道のりで行く道順が何通りあるか求める。
- 積の法則(そく)を利用して場合の数を求める。
- 特定の順番にならべるならべ方などを，樹形図(じゅ)をかいてくふうして求める。

例題 1 同じ点を２度通らずに行く道順

右の図のように，4つの地点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄを結ぶ道があります。同じ点を2度通らないで，ＡからＤまで行く道順は，全部で何通りありますか。



解き方とポイント

Ａから次の地点へ行く道は，下の3通りあります。

① Ｂへ行く道　② Ｃへ行く道　③ Ｄへ行く道

①を選んだ場合，Ｂからは，Ｃへ行く道，Ｄへ行く道があります。Ｃへ行く道を選んだ場合，同じ点は2度通らないので，Ｄへ行く道の１本しか選べません。この場合の道順は，

Ａ→Ｂ→Ｃ→Ｄ　Ａ→Ｂ→Ｄ

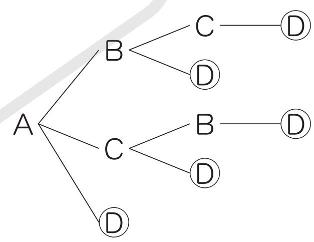
の2通りです。同様に考えると，②を選んだ場合，

Ａ→Ｃ→Ｂ→Ｄ　Ａ→Ｃ→Ｄ

の2通りあり，③を選んだ場合，

Ａ→Ｄ

の１通りです。これを樹形図にすると右上の図のようになり，道順は5通りあります。



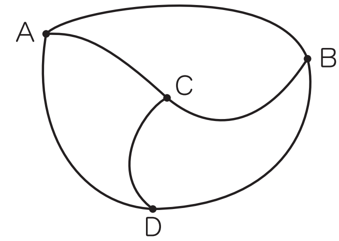
答　5通り

基本問題　1，2

□**類題 1**

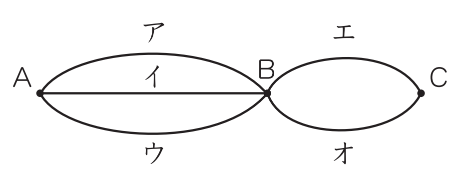
右の図のように，4つの地点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄを結ぶ道があります。同じ点を2度通らないで，Ａ地点からＤ地点まで行く道順は，全部で何通りありますか。

（　　　　通り）



例題 2 きまった点を通る道順

右の図のように，Ａ，Ｂ，Ｃの3つの地点があり，Ａ地点からＢ地点まで行く道がア，イ，ウの3本，Ｂ地点からＣ地点まで行く道がエ，オの2本あります。これについて，次の問いに答えなさい。



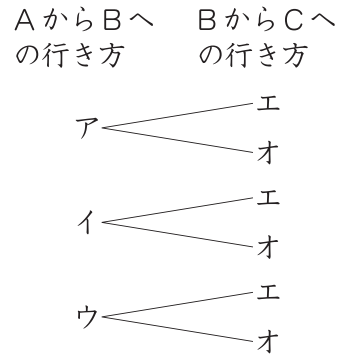
(1) Ａ地点からＢ地点を通ってＣ地点まで行く道順は，全部で何通りありますか。

(2) 行きに通った道を通らないで，Ａ地点とＣ地点を往復(おうふく)する道順は全部で何通りありますか。

Sample

解き方とポイント

(1)　Ａ地点からＢ地点までは，ア，イ，ウの3通りの道順があります。また，Ｂ地点からＣ地点まで行くには，Ａ地点からＢ地点まで行く道順にかかわらず，エ，オの2通りの道順があります。Ａ地点からＢ地点へ行く道順（3通り）のそれぞれに，Ｂ地点からＣ地点へ行く道順が2通りずつあるので，道順は全部で，



　　3×2＝6(通り)　　　　　　答　6通り

※　このように，□通りある事がらのそれぞれに対し，△通りずつの事がらがあるとき，これらすべての場合の数は，

　　□×△

と，かけ算で求めることができます(積(せき)の法則(ほうそく))。

(2)　Ｃ地点からＢ地点へもどるときは，行きに使った道を使わないので，もどる方法は，

　　2－1＝1(通り)

同様に，Ｂ地点からＡ地点へもどる方法は2通りあるので，往復(おうふく)する道順は全部で，

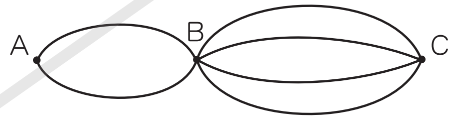
$$\underbrace{6}_{\text{A→C(行き)の道順}} \times \underbrace{1}_{\text{C→Bの道順}} \times \underbrace{2}_{\text{B→Aの道順}} = 12\text{(通り)}$$

答　12通り

基本問題　3，4

□類題2

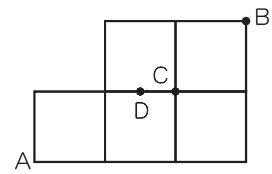
右の図のように，A，B，Cの3つの地点があり，Ａ地点からＢ地点まで行く道が2本，Ｂ地点からＣ地点まで行く道が4本あります。Ａ地点からＢ地点を通ってＣ地点まで行く道順は，全部で何通りありますか。



（　　　　　通り）

例題 3　ごばんの目の形をした道を通る道順

右の図のような，ごばんの目の形をした道があります。これについて，次の問いに答えなさい。



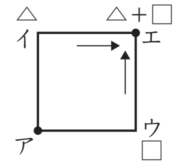
(1)　ＡからＢまでまわり道をしないで，最も短い道のりで進む道順は，全部で何通りありますか。

(2)　ＡからＣを通ってＢまで，まわり道をしないで，最も短い道のりで進む道順は，全部で何通りありますか。

(3)　ＡからＢまでまわり道をしないで，最も短い道のりで進みます。Ｄ地点が通れないとき，進む道順は，全部で何通りありますか。

解き方とポイント

右の図で，アからエまで道に沿(そ)って進む場合，エの地点へは，辺イエか辺ウエを通って行く方法しかないので，



　エの地点へ進む道順＝イまでの道順＋ウまでの道順

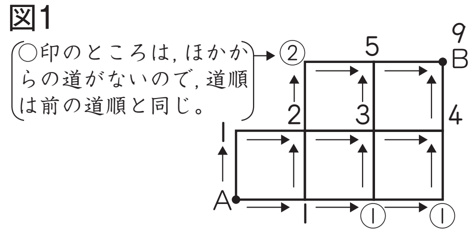
となります。

Sample

(1)　右の図1のように，それぞれの交差点までの道順を表す数を図に書きこんで考えます。

　Bの部分に書きこむ数は9となるので，進み方は全部で9通りです。

図1



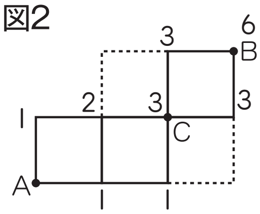
答　9通り

(2)　Cを必ず通るので，まずAからCまで最も短い道のりで進むことを考えます。AとCが向かい合う頂点（ちょう）となるような長方形部分が通ることのできる道です。

　同様に，CからBへも，CとBが向かい合う頂点となるような長方形(正方形)部分を通ることができるので，右の図2のようになります。

　交差点ごとに道順を加えると，Bの部分に書きこむ数は6となるので，進み方は全部で6通りです。

図2



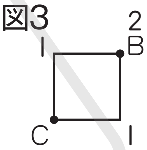
答　6通り

◎別の解（と）き方◎

　AからCへ行く方法は，図2より，3通りあります。CからBへ行く方法は，右の図3のように道順を書きこむと，2通りあります。よって，AからCまでのそれぞれの道順に対して，CからBまでの道順が2通りずつあるので，積の法則で，

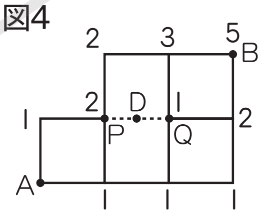
　$3\times2=6$(通り)

図3



(3)　D地点が通れないので，Dをふくむ辺PQの部分が通れません。PQ部分が通れないとして，各交差点までの道順を書きこむと，右の図4のようになります。Bの部分に書きこむ数は5となるので，進み方は全部で5通りです。

図4



答　5通り

◎別の解き方◎

　(1)のすべての場合の数から，Dを通る道順の数をひいて求めます。Aから辺PQを通ってBへ行く方法は，AからPまでが2通り，PからQまでが1通り，QからBまでが2通りあります。よって，Dを通らない道順は，

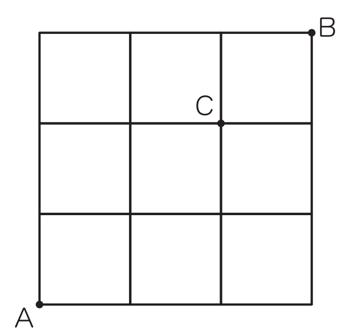
　$9-2\times1\times2=5$(通り)

基本問題　5，6

Sample

類題3

　右の図のような，ごばんの目の形をした道があります。これについて，次の問いに答えなさい。



□(1)　AからBまでまわり道をしないで，最も短い道のりで行く道順は，全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

□(2)　AからCを通らないでBまで，まわり道をしないで，最も短い道のりで行く道順は，全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

例題 4　積の法則を利用したならべ方

A，B，Cの3人の男子と，D，Eの2人の女子が1列にならびます。これについて，次の問いに答えなさい。

(1)　5人のならび方は全部で何通りありますか。

(2)　AとBがとなり合ってならぶとき，ならび方は全部で何通りありますか。

(3)　男子と女子が交互にならぶとき，ならび方は全部で何通りありますか。

解き方とポイント

(1)　1人目はA，B，C，D，Eのだれでもよいので，5通りあります。2人目は，1人目が5人のうちだれになっても，1人目にならんだ人以外の4通りあります。3人目，4人目，5人目も同様に，3通り，2通り，1通りあるので，積の法則より，

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$(通り)

答　120通り

(2)　AとBがとなり合うので，AとBを組にして考えます。「$\boxed{AB}$，C，D，E」がならぶと考えて，

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(通り)

AとBがとなり合うならび方は，$\boxed{AB}$だけでなく$\boxed{BA}$もあります。それぞれ24通りずつあるので，

$24 \times 2 = 48$(通り)

答　48通り

(3)　男子と女子が交互にならぶならび方は，「男・女・男・女・男」とならぶときです。男子，女子それぞれのならび方を考えます。

男子…$3 \times 2 \times 1 = 6$(通り)

女子…$2 \times 1 = 2$(通り)

男子の6通りのならび方に対し，女子のならび方が2通りずつあるので，ならび方は全部で，

$6 \times 2 = 12$(通り)

答　12通り

基本問題　7，8

類題4

A，Bの2人の男子と，C，Dの2人の女子が1列にならびます。これについて，次の問いに答えなさい。

□(1)　4人のならび方は全部で何通りありますか。

(　　　　　通り)

□(2)　AとBがとなり合ってならぶとき，ならび方は全部で何通りありますか。

(　　　　　通り)

例題 5　条件や制限があるときのならべ方

{0，1，2，3，3}の5まいのカードの中から3まいをならべて，3けたの整数を作ります。これについて，次の問いに答えなさい。

$\boxed{0}$　$\boxed{1}$　$\boxed{2}$　$\boxed{3}$　$\boxed{3}$

(1)　3のカードが1まいまでしか使えないとき，3けたの整数は，全部で何通りできますか。

(2)　(1)のとき，3けたの偶数は全部で何通りできますか。

(3)　5まいのカードのどれを使ってもよいとき，3けたの整数は，全部で何通りできますか。

Sample

解き方とポイント

(1)　十の位，一の位にはどの数字をならべてもよいですが，百の位には0をならべることができません。このように，どこかの位に制限があるときは，制限のある位をはじめに考えると，積の法則を使うことができます。

①　百の位は0にはならないので，ならべ方は，1，2，3の3通りあります。

②　十の位のならべ方は，百の位にならべたカード以外の3通りあります(十の位には0も使えるので，2通りではありません)。

③　一の位のならべ方は，百の位，十の位にならべたカード以外の2通りあります。

したがって，積の法則より，

$3\times3\times2=18$(通り)　　答　18通り

(2)　3けたの整数が偶数となるのは，一の位が偶数となるときです。制限のある位が2か所以上あるときはどちらかの位の数字を決めてから考えます。

①　一の位が0のとき($\square\square\boxed{0}$)

百の位は0以外の3通り，十の位は百の位と一の位にならべたカード以外の2通りあります。

$3\times2=6$(通り)

②　一の位が2のとき($\square\square\boxed{2}$)

百の位は0，2以外の2通り，十の位は百の位と一の位にならべたカード以外の2通りあります。

$2\times2=4$(通り)

よって，合わせて，

$6+4=10$(通り)　　答　10通り

(3)　同じ数のかかれたカードがあるときは，積の法則を使えません。同じ数のあるときとないときで分けて考えます。

①　同じ数がないとき

{0，1，2，3}から3まいをならべて3けたの整数を作るので，(1)より18通りあります。

②　同じ数があるとき，

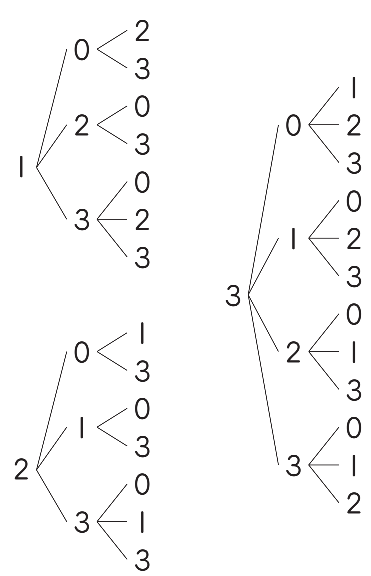
$\square\boxed{3}\boxed{3}$か$\boxed{3}\square\boxed{3}$か$\boxed{3}\boxed{3}\square$の形になります。それぞれの$\square$にどの数字が入るかを考えて，

$2+3+3=8$(通り)

よって，合わせて，

$18+8=26$(通り)　　答　26通り

※　樹形図をかいて調べると，右のようになります。



Sample

基本問題　9，10

類題5

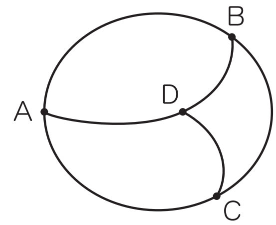
{0，1，2，5}の4まいのカードの中から3まいをならべて，3けたの整数を作ります。これについて，次の問いに答えなさい。

□(1)　3けたの整数は，全部で何通りできますか。　(　　　通り)

□(2)　3けたの偶数は，全部で何通りできますか。　(　　　通り)

基　本　問　題

1　右の図のように，4つの地点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄを結ぶ道があります。同じ点を2度通らないものとして，次の各問いに答えなさい。 ➔例題 1



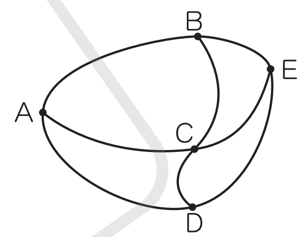
□⑴　ＡからＤまで行く道順は何通りありますか。

（　　　　　通り）

□⑵　ＤからＣまで行く道順は何通りありますか。

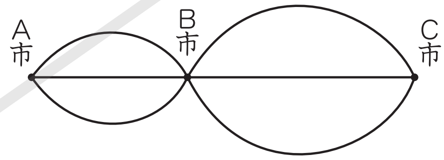
（　　　　　通り）

□**2**　右の図のように，5つの地点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ を結ぶ道があります。同じ点を2度通らないで，ＡからＥまで行くとき，道順は全部で何通りありますか。 ➔例題 1



（　　　　　通り）

3　右の図のように，Ａ市からＢ市まで行く道が3本，Ｂ市からＣ市まで行く道が3本あります。これについて，次の問いに答えなさい。 ➔例題 2



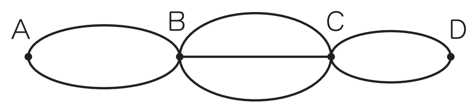
□⑴　Ａ市からＢ市を通ってＣ市まで行く道順は，全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

□⑵　Ａ市からＣ市まで行き，またＡ市までもどってくる往復の道順は，全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

4　右の図のように，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの4つの地点があり，ＡとＢ，ＢとＣ，ＣとＤを結ぶ道があります。これについて，次の問いに答えなさい。 ➔例題 2



□⑴　ＡからＢ，Ｃを通ってＤまで行く道順は，全部で何通りありますか。

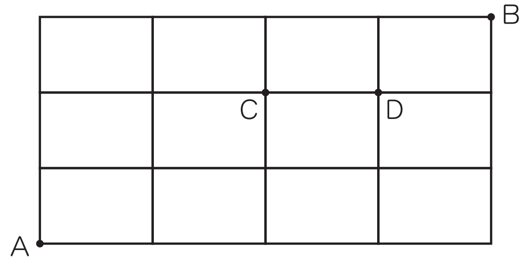
（　　　　　通り）

□⑵　行きに通った道を帰りに通らないで，ＡとＤを往復する道順は，全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

Sample

5 右の図のような，ごばんの目の形をした道があります。これについて，次の問いに答えなさい。 ➔例題 3



□(1) Ａ地点からＢ地点までまわり道をしないで，最も短い道のりで行く道順は，全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

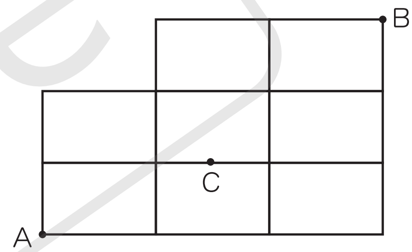
□(2) Ａ地点からＣ地点を通ってＢ地点まで，まわり道をしないで，最も短い道のりで行く道順は，全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

□(3) Ａ地点からＢ地点まで，途(と)中のCDの道を通って，まわり道をしないで，最も短い道のりで行く道順は，全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

6 右の図のような，ごばんの目の形をした道があります。これについて，次の問いに答えなさい。 ➔例題 3



□(1) Ａ地点からＢ地点までまわり道をしないで，最も短い道のりで行く道順は，全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

□(2) Ａ地点からＣ地点を通ってＢ地点まで，まわり道をしないで，最も短い道のりで行く道順は，全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

7 Ａさん，Ｂさん，Ｃさん，Ｄさんの4人が横一列にならびます。これについて，次の問いに答えなさい。 ➔例題 4

□(1) 4人のならび方は全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

□(2) 左はしがＡさんになるならび方は全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

□(3) Ａさんの右どなりがＢさんとなるならび方は全部で何通りありますか。

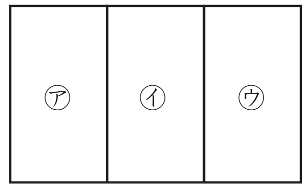
（　　　　　通り）

□(4) ＣさんとＤさんが両はしにならぶならび方は全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

Sample

8　右の図の㋐，㋑，㋒の部分を，どの2つの部分も同じ色にならないようにぬり分けます。これについて，次の問いに答えなさい。　➔**例題4**



□(1)　赤，青，黄の3色を使ってぬり分ける方法は，全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

□(2)　赤，青，黄，緑の4色のうち，3色を使ってぬり分ける方法は，全部で何通りありますか。

（　　　　　通り）

9　{0，1，2，3，4}の5まいのカードの中から3まいをならべて，3けたの整数を作ります。これについて，次の問いに答えなさい。　➔**例題5**

$\boxed{0}$　$\boxed{1}$　$\boxed{2}$　$\boxed{3}$　$\boxed{4}$

□(1)　3けたの整数は，全部で何通りできますか。

（　　　　　通り）

□(2)　300以上の3けたの整数は，全部で何通りできますか。

（　　　　　通り）

□(3)　一の位が1となる3けたの整数は，全部で何通りできますか。

（　　　　　通り）

□(4)　3けたの奇(き)数は，全部で何通りできますか。

（　　　　　通り）

10　{1，2，2，3，4}の5まいのカードがあります。この中から3まいをならべて，整数を作ります。これについて，次の問いに答えなさい。　➔**例題5**

$\boxed{1}$　$\boxed{2}$　$\boxed{2}$　$\boxed{3}$　$\boxed{4}$

□(1)　2のカードを1まいまで使うことができるとき，3けたの整数は，全部で何通りできますか。

（　　　　　通り）

□(2)　2のカードを必ず2まい使うとき，3けたの整数は，全部で何通りできますか。

（　　　　　通り）

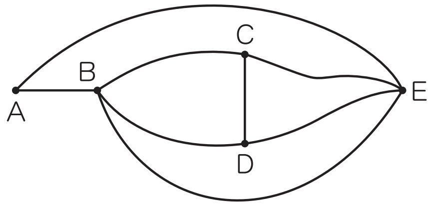
□(3)　3けたの整数は，全部で何通りできますか。

（　　　　　通り）

Sample

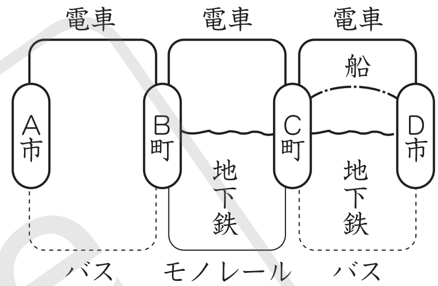
練　習　問　題

□**1**　右の図のように，5つの地点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅを結ぶ道があります。同じ地点を2度通らないで，ＡからＥまで行く道順は，全部で何通りありますか。



通り

2　右の図は，Ａ市からＢ町，Ｂ町からＣ町，Ｃ町からＤ市までの乗り物をまとめたものです。電車を１回だけ使って，Ａ市からＤ市まで行きます。これについて，次の問いに答えなさい。



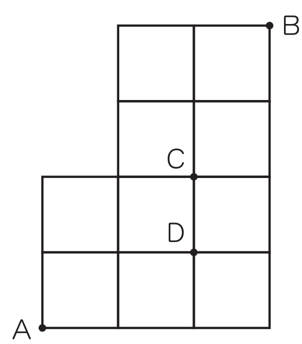
□(1)　Ａ市からＢ町へは電車を使うとき，Ａ市からＤ市まで行く道順は，全部で何通りありますか。

通り

□(2)　Ａ市からＤ市まで行く道順は，全部で何通りありますか。

通り

3　右の図のような，ごばんの目の形をした道があります。これについて，次の問いに答えなさい。



□(1)　ＡからＢまでまわり道をしないで，最も短い道のりで行く道順は，全部で何通りありますか。

通り

□(2)　ＡからＣを通ってＢまで，まわり道をしないで，最も短い道のりで行く道順は，全部で何通りありますか。

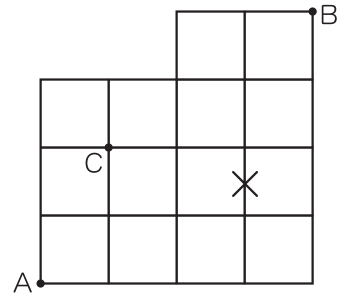
通り

□(3)　ＡからＤを通らないでＢまで，まわり道をしないで，最も短い道のりで行く道順は，全部で何通りありますか。

通り

Sample

4 右の図のようなごばんの目の形をした道があります。これについて，次の問いに答えなさい。



□(1)　AからBまで遠回りしないで行く方法は何通りありますか。

通り

□(2)　AからBまで遠回りしないで行く道順のうち，途中の点Cを通る方法は何通りありますか。

通り

□(3)　×印の道は工事中のため通ることができないとき，AからBまで遠回りしないで行く方法は何通りありますか。

通り

5 まき子さんのグループは男子が3人，女子が4人です。この7人が1列にならびます。これについて，次の問いに答えなさい。

□(1)　ならび方は全部で何通りありますか。

通り

□(2)　男子と女子が交互に7人ならぶとき，ならび方は全部で何通りありますか。

通り

□(3)　女子4人がとなり合うならび方は全部で何通りありますか。

通り

□(4)　一方のはしに男子，もう一方のはしに女子がならぶならび方は全部で何通りありますか。

通り

Sample

6 {0，1，2，3，4} の5まいのカードがあります。このうち4まいをならべてできる4けたの整数について，次の問いに答えなさい。

□(1) これらの数を小さい順にならべたとき，はじめて3000以上になるのは何番目の数ですか。

番目

□(2) これらの数を小さい順にならべたとき，80番目の数はいくつですか。

7 {0，1，1，1，2，3}の6まいのカードがあります。このうち3まいをならべて3けたの整数を作ります。これについて，次の問いに答えなさい。

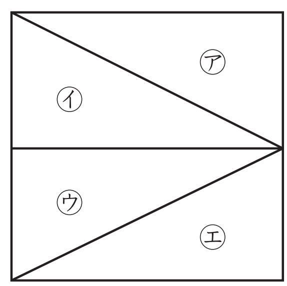
□(1) 全部で何通りの整数ができますか。

通り

□(2) 偶数は，全部で何通りできますか。

通り

8 右の図の㋐～㋓の部分を，赤，青，黄，緑，黒の5色を使ってぬり分けます。ただし，となり合う部分には同じ色はぬらないものとします。これについて，次の問いに答えなさい。



□(1) 5色のうち4色を使ってぬり分ける方法は，全部で何通りありますか。

通り

□(2) 5色のうち2色を使ってぬり分ける方法は，全部で何通りありますか。

通り

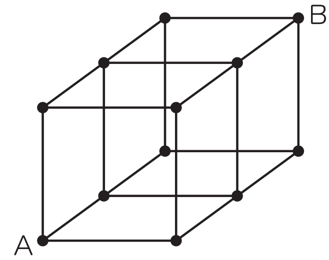
□(3) 5色のうち3色を使ってぬり分ける方法は，全部で何通りありますか。

通り

Sample

チャレンジ

□**1**　右の図のような，同じ長さのパイプをつないでできたわくがあります。Aから B までまわり道をしないで，最も短い道のりで行く道順は，全部で何通りありますか。



通り

2　$\boxed{0}$，$\boxed{1}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$の5まいのカードがあります。このうち3まいをならべて3けたの整数を作ります。これについて，次の問いに答えなさい。ただし，$\boxed{6}$のカードは$\boxed{6}$または$\boxed{9}$のどちらとして用いてもよいものとします。

□(1)　$\boxed{6}$のカードを使わないとすると，整数は全部で何通りできますか。

通り

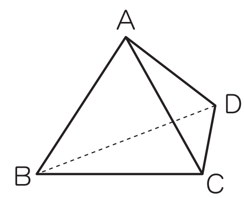
□(2)　$\boxed{6}$のカードを$\boxed{9}$として用い，必ず使うとすると，整数は全部で何通りできますか。

通り

□(3)　整数は全部で何通りできますか。

通り

3　大きさの等しい4つの正三角形で囲まれた立体を，正四面体といいます。右の図のような，正四面体ABCDの辺にそって頂点から頂点へ移る点Pがあります。点Pは頂点Aから出発して，1秒ごとに他の3つの頂点のうちの1つに移ります。また，同じ点を何回でも通ることができます。このとき，2秒後に点Aに移る道順は，下の例のように，全部で3通りあります。これについて，あとの問いに答えなさい。



例：A→B→A，A→C→A，A→D→A

□(1)　3秒後に頂点Aに移る道順は，全部で何通りありますか。

通り

□(2)　5秒後に頂点Aに移る道順は，全部で何通りありますか。

通り

Sample