本書の特色

冬休みは，自分の弱点や不得意な分野を克服し，さらに応用力をつけるための最適な時期といえます。この本では中学１～３年の学習内容をあつかっています。基礎的な事項の確認から，応用・発展的な難問まで，幅広く盛り込まれていますから，応用力を効果的に身につけることができます。

各課とも，最初は基本的な問題を解きながら重要なポイントをおさえ，次に演習問題で実力を定着させる…という流れになっています。

また，講習準備テストと総合確認テストがついているので，苦手分野の把握や最後の効果測定に役立ててください。

本書の使い方

- **要点整理**··········各課の基本事項をまとめています。
- **例　　題**··········各課の代表的な問題のパターンをとりあげて，その考え方を示してあります。すぐ下の類題でくり返し練習し，しっかり身につけましょう。
- **演習問題**··········例題で学習したことがらを確実なものにするための問題です。演習問題Ｂには難しい問題も含まれていますから，じっくり時間をかけ，解けるようになるまで学習しましょう。
- **入試対策コーナー**···入試を意識したレベルの高い問題を載せています。１題１題ていねいに解きましょう。
- **入試直前テスト**····本書の総まとめの問題です。

もくじ

数学 中3

6　平面図形(2)

要点整理

❶ 三角形の相似条件

［1］　3 組の辺の比がすべて等しい。

［2］　2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

［3］　2 組の角がそれぞれ等しい。

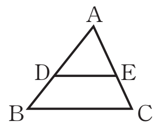
> 相似な図形の相似比と面積比の関係
> 相似比 $m:n$ ⇔ 面積比 $m^2:n^2$

❷ 平行線と線分の比

・DE∥BC ならば，

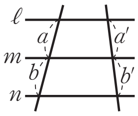
AD：AB＝AE：AC＝DE：BC

AD：DB＝AE：EC



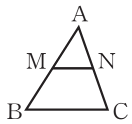
・$\ell /\!/ m /\!/ n$ ならば，

$a:b=a':b'$



❸ 中点連結定理

$\begin{cases} \text{AM}=\text{MB} \\ \text{AN}=\text{NC} \end{cases}$ ならば，MN∥BC，MN$=\dfrac{1}{2}$BC

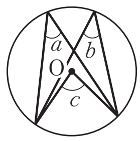


中点連結定理の逆

$\begin{cases} \text{AM}=\text{MB} \\ \text{MN}/\!/\text{BC} \end{cases}$ ならば，AN＝NC，MN$=\dfrac{1}{2}$BC

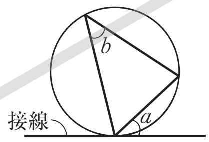
❹ 円周角の定理

$\angle a=\angle b=\dfrac{1}{2}\angle c$



接弦定理

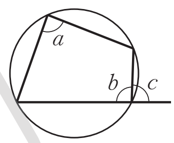
$\angle a=\angle b$



円に内接する四角形

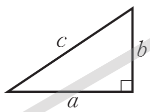
$\angle a+\angle b=180°$

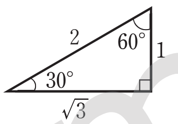
$\angle a=\angle c$

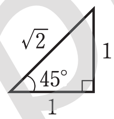


❺ 三平方の定理

$c^2=a^2+b^2$





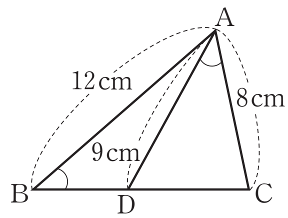


例題 1　相似

右の図において，∠ABC＝∠DAC，AB＝12cm，AC＝8cm，AD＝9cm である。このとき，次の問いに答えなさい。

⑴　△ABC と△DAC は相似であることを証明せよ。

⑵　線分CD の長さを求めよ。



解法　⑴　相似の証明では，2 組の角が等しい条件を使って証明することが多い。

⑵　△ABC∽△DAC から，AB：DA＝AC：DC

よって，12：9＝8：DC　　12DC＝9×8　　DC＝6

答　⑴　［証明］　△ABC と△DAC において，

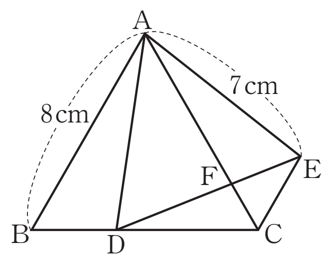
仮定より，∠ABC＝∠DAC ……①

共通な角だから，∠ACB＝∠DCA ……②

①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△ABC∽△DAC

⑵　6 cm

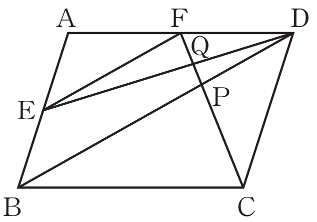
□**1**　右の図のように△ABC と△ADE があり，1 辺の長さがそれぞれ 8 cm と 7 cm の正三角形である。点D はBC 上の点で，AC，DE の交点をF とする。AF の長さを求めなさい。



［　　　　　　］

例題 2 平行線と線分の比

右の図で，平行四辺形ABCDの辺AB，ADの中点をそれぞれE，Fとし，線分CFと対角線BDの交点をP，線分DEの交点をQとする。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　△EFQ∽△DPQであることを証明せよ。

⑵　EF：DPをもっとも簡単な整数の比で表せ。

解法　⑵　△ABDで，点E，Fは辺AB，ADの中点であるから，中点連結定理より，EF$=\frac{1}{2}$BD ……①

また，△PDFと△PBCで，FD∥BCより，∠FDP＝∠CBP，∠DFP＝∠BCP

２組の角がそれぞれ等しいので，△PDF∽△PBC

したがって，DP：BP＝FD：CB＝1：2　　よって，DP$=\frac{1}{3}$BD ……②

①，②より，EF：DP$=\frac{1}{2}$BD：$\frac{1}{3}$BD＝3：2

答　⑴［証明］△EFQと△DPQにおいて，

対頂角は等しいから，∠EQF＝∠DQP ……①

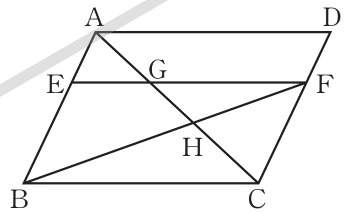
点E，Fはそれぞれ辺AB，ADの中点だから，中点連結定理より，EF∥BD

よって，錯角は等しいから，∠FEQ＝∠PDQ ……②

①，②より，２組の角がそれぞれ等しいので，△EFQ∽△DPQ

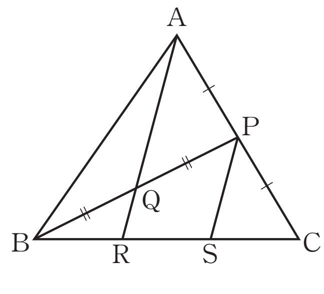
⑵　3：2

□**2**　右の図の平行四辺形ABCDにおいて，辺AB上にAE：EB＝1：2となるように点Eをとり，点Eから辺ADに平行な直線をひき，辺CDとの交点をFとする。対角線ACと線分EF，線分BFとの交点をそれぞれG，Hとするとき，線分GHと線分HCの長さの比を，もっとも簡単な整数の比で表しなさい。



［　　　　　　］

3　右の図の△ABCで点Pは辺ACの中点であり，点Qは線分BPの中点である。直線AQと辺BCとの交点をRとし，PからARに平行な直線をひき，BCとの交点をSとする。次の問いに答えなさい。



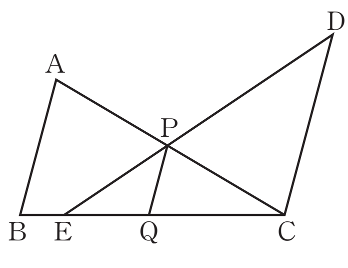
□⑴　BR＝SCであることを証明せよ。

［　　　　　　　　　　　　　　］

□⑵　△ABCの面積は△ABQの面積の何倍か。

［　　　　　　］

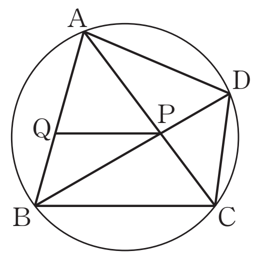
□**4**　右の図で，AB∥PQ∥DC，AB＝6cm，DC＝8cm，BE＝2cm，EC＝10cmのとき，PQの長さを求めなさい。



［　　　　　　］

例題 3 円

右の図で，４つの頂点が１つの円周上にある四角形ABCDの対角線の交点をＰとし，QP∥BC となる点ＱをAB上にとる。このとき，△PBQ∽△ACD であることを証明しなさい。



解法 平行線の性質，円周角の定理と，三角形の相似条件を使って証明する。

答 ［証明］ △PBQ と△ACDにおいて，

QP∥BC で，錯角は等しいので，∠BPQ＝∠DBC

$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角より，∠DBC＝∠CAD

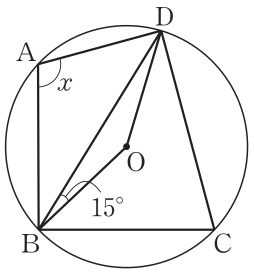
よって，∠BPQ＝∠CAD ……①

$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角より，∠PBQ＝∠ACD ……②

①，②より，２組の角がそれぞれ等しいので，△PBQ∽△ACD

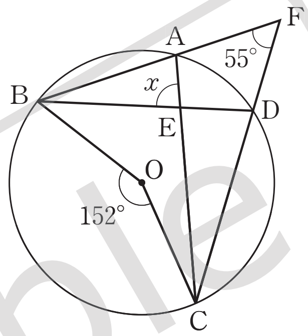
5 次の図で，∠x の大きさを求めなさい。

□(1)



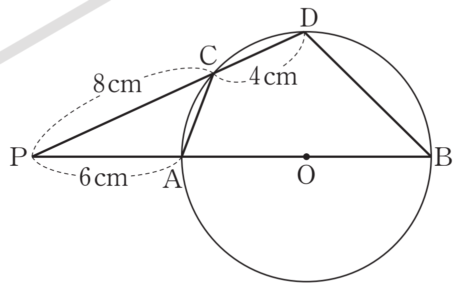
［　　　　　］

□(2)



［　　　　　］

6 右の図について，次の問いに答えなさい。



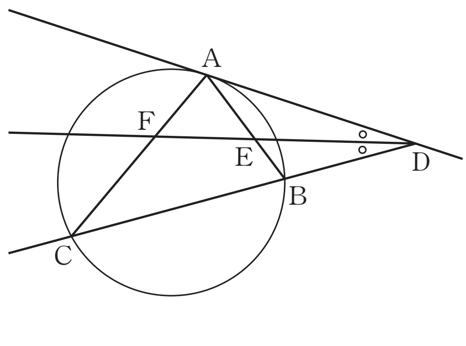
回(1) △PAC∽△PDB である。このときの相似条件を書け。

［　　　　　］

回(2) 円Ｏの半径を求めよ。

［　　　　　］

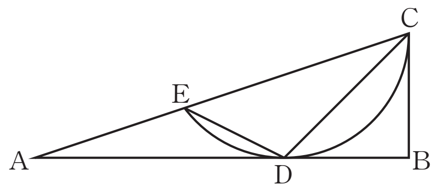
□**7** 右の図で，円周上の１点Ａを通る接線上に点Ｄをとる。点Ｄからこの円に２点で交わるように直線をひき，その交点をＤに近い方からＢ，Ｃとする。∠ADBの二等分線をひき，AB，ACとの交点をそれぞれE，Ｆとするとき，AE＝AF であることを証明しなさい。



［　　　　　］

例題 4 ／ 三平方の定理

右の図の△ABCは，∠B＝90°，AB＝9 cm，BC＝3 cmの直角三角形であり，円の弧に辺AB，BCがそれぞれ点D，Cで接している。また，点Eは円の弧と辺ACとの交点である。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　∠AEDの大きさは何度か。

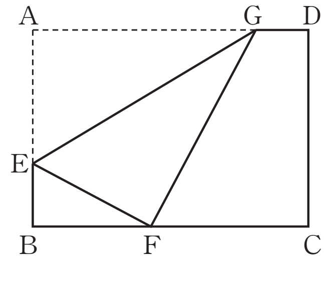
⑵　△ADEの面積を求めよ。

解法　⑴　BC，BDは円の接線だから，BC＝BD＝3 cm
よって，△BCDは直角二等辺三角形だから，∠CDB＝45°
接弦定理より，∠CED＝∠CDB＝45°
したがって，∠AED＝180°－45°＝135°

⑵　△ADEと△ACDにおいて，
接弦定理より，∠ADE＝∠ACD
共通な角なので，∠DAE＝∠CAD
2組の角がそれぞれ等しいので，△ADE∽△ACD
したがって，AE：AD＝AD：AC
ここで，三平方の定理より，$AC=\sqrt{9^2+3^2}=3\sqrt{10}$(cm)
$AD=9-3=6$(cm)
よって，AE：6＝6：$3\sqrt{10}$ より，$AE=\dfrac{36}{3\sqrt{10}}=\dfrac{6\sqrt{10}}{5}$(cm)
EからABにひいた垂線をEHとすると，$EH=CB\times\dfrac{AE}{AC}=3\times\dfrac{6\sqrt{10}}{5}\times\dfrac{1}{3\sqrt{10}}=\dfrac{6}{5}$(cm)
これより，$\triangle ADE=\dfrac{1}{2}\times6\times\dfrac{6}{5}=\dfrac{18}{5}$(cm^2)

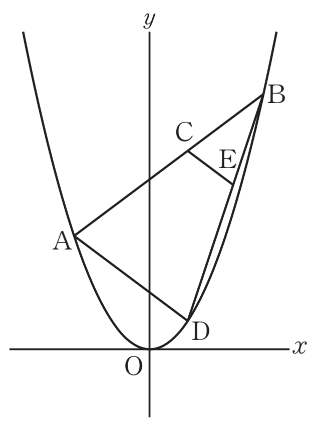
答　⑴　135°　　⑵　$\dfrac{18}{5}$cm^2

□**8**　右の図は，長方形ABCDを線分EGを折り目として，頂点Aが辺BC上の点Fと重なるように折ったものである。AB＝10 cm，BF＝6 cmのとき，線分BEの長さを求めなさい。



[　　　　　　　]

9　右の図で，2点A，Bは放物線 $y=2x^2$ 上の点で，x座標はそれぞれ－2，3である。いま，線分AB上に $AC=3\sqrt{5}$ となる点Cをとり，さらに，放物線上で，線分ABの下側にx座標が正となるような点Dをとる。また，線分BD上に点Eをとって台形ADECをつくる。このとき，次の問いに答えなさい。



□⑴　線分ABの長さを求めよ。

[　　　　　　　]

□⑵　点Cの座標を求めよ。

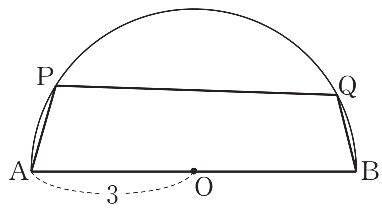
[　　　　　　　]

□⑶　△BCEと台形ADECの面積比をもっとも簡単な整数の比で表せ。

[　　　　　　　]

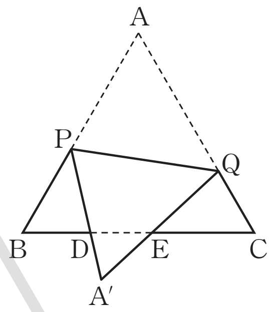
演 習 問 題 A

□1　右の図のように，ABを直径とする半径3の半円がある。この半円の弧AB上に2点P，Qを，∠APQ＋∠BQP＝210°となるようにとる。このとき，弧PQの長さを求めなさい。



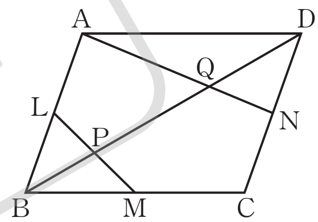
［　　　　　　］

□2　右の図は，正三角形ABCを線分PQを折り目として折り返したところを表している。頂点Aが移った点をA′，辺BCとPA′，QA′との交点をそれぞれD，Eとする。このとき，△PBD∽△ECQであることを証明しなさい。



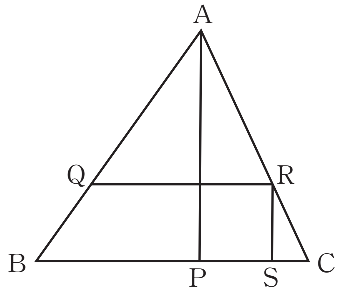
［　　　　　　］

□3　右の図の平行四辺形ABCDで，辺AB，BC，CDの中点を，それぞれL，M，Nとし，LM，ANが対角線BDと交わる点を，それぞれP，Qとする。BD＝12cmのとき，線分PQの長さを求めなさい。



［　　　　　　］

□4　△ABCで，辺BCを3：2に分ける点をPとし，辺ABを2：1に分ける点をQとする。右の図のように，Qを通りBCに平行な直線をひき，ACとの交点をRとし，Rを通りAPに平行な直線をひき，BCとの交点をSとする。SC＝3cmのとき，線分QRの長さを求めなさい。



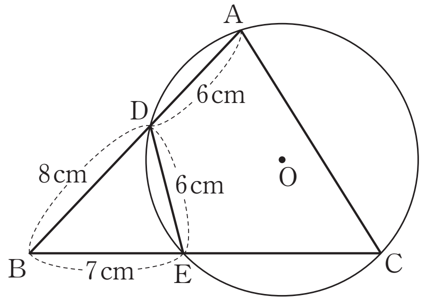
［　　　　　　］

5　右の図で，△ABCの2つの頂点A，Cを通る円Oをかき，辺AB，BCと円Oとの交点をそれぞれD，Eとする。それぞれの長さが図のようであるとき，次の問いに答えなさい。

□(1)　線分ECの長さを求めよ。

［　　　　　　］

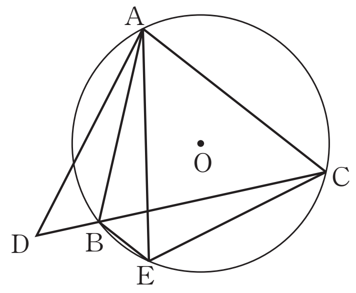
□(2)　線分CDの長さを求めよ。



［　　　　　　］

演習問題 B

1 右の図において，△ABCはCA＝CBの二等辺三角形であり，円Oに内接している。CBの延長上にCB＝ADとなる点Dをとり，点Bを通りACに平行な直線と，円Oとの交点をEとする。このとき，次の問いに答えなさい。

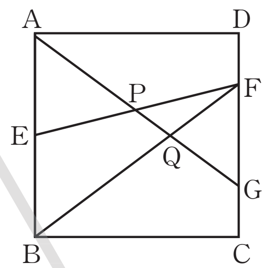


回(1) △ADB≡△CBEであることを証明せよ。

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

回(2) ∠BAE＝24°であるとき，∠ABCの大きさを求めよ。 [　　　　]

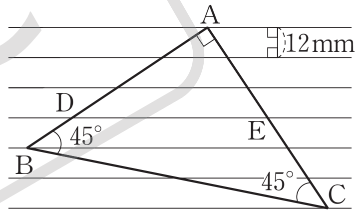
2 右の図で，四角形ABCDは正方形で，Eは辺ABの中点，F，Gは辺DC上の点で，$DF=\frac{1}{2}FG=GC$である。AB＝4cmのとき，次の問いに答えなさい。



回(1) 線分FEの長さを求めよ。 [　　　　]

回(2) 線分AGとEF，BFとの交点をそれぞれP，Qとするとき，四角形PEBQの面積を求めよ。 [　　　　]

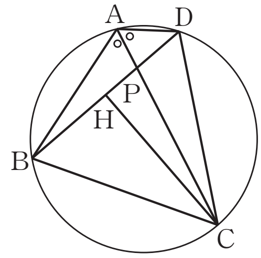
3 1つの角が45°の三角定規をノートに置くと，右の図のように頂点A，B，Cがそれぞれノートの横線上にきた。ノートの横線は互いに平行な線分であり，となり合うどの横線の間隔もすべて12mmであるとして，次の問いに答えなさい。



□(1) △ADEと四角形DBCEの面積の比を求めよ。 [　　　　]

□(2) 辺ABの長さを求めよ。 [　　　　]

4 円に内接する四角形ABCDがあり，対角線の交点をPとする。∠BAC＝∠DAC，$PA=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$PB=3\sqrt{2}$，$PD=\sqrt{2}$であるとき，次の問いに答えなさい。

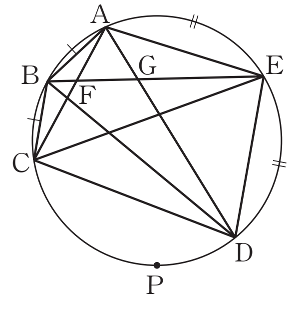


回(1) 線分PCの長さを求めよ。 [　　　　]

回(2) 点Cから対角線BDにひいた垂線と対角線BDとの交点をHとするとき，線分PHの長さを求めよ。 [　　　　]

回(3) この円の半径を求めよ。 [　　　　]

5 右の図のように，円に内接する五角形ABCDEにおいて，線分BEと線分AC，ADとの交点をそれぞれF，Gとし，円周上にあり，$\overset{\frown}{CAD}$上にない点をPとする。$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{ED}$，BC∥EDであるとき，次の問いに答えなさい。



□(1) △ABF∽△EAGであることを証明せよ。

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

□(2) ∠CADの大きさを求めよ。 [　　　　]

□(3) AF＝2cm，BF＝1cmであり，点Pが点Cと点Dの間を動くとき，△CPDの面積の最大値を求めよ。 [　　　　]