

4

比例・反比例(1)

テーマ

- 関数の意味について学ぶ。また、比例関係と比例の式について理解する。
○比例のグラフの特徴を理解し、グラフをかく。また、グラフから比例の式を求める。

学習 1 関数、比例の意味

- ・変数と変域…いろいろな値をとる文字を変数といい、変数のとりうる値の範囲をその変数の変域という。
- ・関数…2つの変数 x , y があり、 x の値を決めると、それに対応して y の値がただ1つ決まるとき、 y は x の関数であるという。
- ・比例する量… y が x の関数で、その間の関係が $y=ax$ (a は0でない定数) で表されるとき、 y は x に比例するといい、定数 a を比例定数という。

例題 次の変数 x , y について、あとの問いに答えなさい。

- ㊦ 200ページの本を x ページ読んだときの残りのページ数は y ページである。
㊧ 体重が x kg の人の身長は y cm である。
㊨ 分速75mで x 分間歩いたときに進んだ道のりは y m である。

- (1) y が x の関数であるものをすべて選び、記号で答えよ。
(2) y が x に比例するものを選び、記号で答えよ。また、比例定数を答えよ。

解法 (1) ㊦ (残りのページ数) = (全体のページ数) - (読んだページ数) だから、 x の値を決めると y の値もただ1つ決まる。よって、 y は x の関数である。

㊧ 体重が決まっても、身長は1つに決まらない。よって、 y は x の関数でない。

㊨ (道のり) = (速さ) × (時間) だから、 x の値を決めると y の値もただ1つ決まる。よって、 y は x の関数である。

- (2) y が x の関数であるものは㊦と㊨で、これらの x と y の関係を式で表すと、

$$\text{㊦ } y=200-x \quad \text{㊨ } y=75x$$

$y=ax$ の形で表されるから、 y が x に比例するものは㊨で、比例定数は75。

答 (1) ㊦, ㊨ (2) ㊨, 比例定数 75

回1 次のような x と y の関係で、 y が x に比例するものを選びなさい。また、その比例定数を求めなさい。

- ㊦ 20cmの長さのろうそくを燃やしたときの、燃えた長さ x cmと残った長さ y cm
㊧ 1本60円の鉛筆を x 本買ったときの代金が y 円
㊨ 面積 50 cm^2 の長方形の縦の長さ x cmと横の長さ y cm

比例するもの [] 比例定数 []

学習 2 比例の式

例題 y が x に比例し、 $x=2$ のとき $y=12$ である。 $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

解法 y が x に比例するので、 $y=ax$ と表される。これに、 $x=2$, $y=12$ を代入すると、

$$12=a \times 2 \quad a=6$$

したがって、 x と y の関係は、 $y=6x$

この式に、 $x=3$ を代入して、 $y=6 \times 3=18$

答 $y=18$

回2 y が x に比例し、 $x=-1$ のとき $y=4$ である。 $x=2$ のときの y の値を求めなさい。

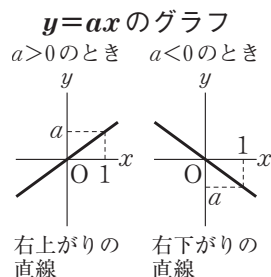
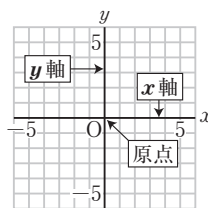
[]

学習 3 比例のグラフ

- ・座標…それぞれの原点で直角に交わっている2つの数直線で、横の直線を **x 軸**、縦の直線を **y 軸**、 x 軸と y 軸を合わせて **座標軸**、座標軸の交点 O を **原点** という。

- ・比例のグラフ… $y=ax$ のグラフは、原点を通る直線である。

- ① $a>0$ のとき、グラフは右上がりの直線になる。
 x の値が増加すると、 y の値も増加する。
- ② $a<0$ のとき、グラフは右下がりの直線になる。
 x の値が増加すると、 y の値は減少する。



例題 次の問いに答えなさい。

- (1) $y=2x$ のグラフをかけ。
- (2) 右のグラフの式を求めよ。

解法 (1) $y=ax$ のグラフをかくには、原点ともう1つの点を取り、直線で結ぶ。

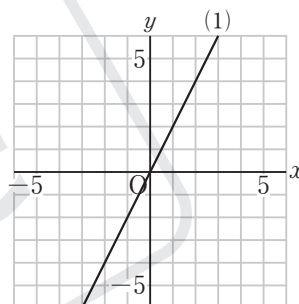
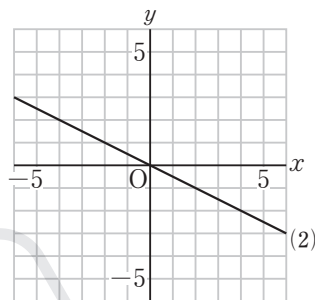
$y=2x$ で、 $x=1$ のとき、 $y=2\times 1=2$ より、原点と点(1, 2)を通る直線をひく。

- (2) グラフの式を求めるには、グラフ上の原点以外の1点の座標を読みとり、その x 座標と y 座標の値を $y=ax$ に代入し、比例定数 a を求める。

グラフは、点(2, -1)を通るから、 $y=ax$ に $x=2$, $y=-1$ を代入して、

$$-1=a\times 2 \quad a=-\frac{1}{2} \rightarrow y=-\frac{1}{2}x$$

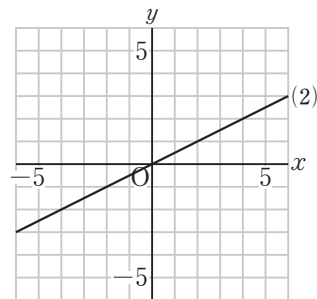
答 (1) 右の図 (2) $y=-\frac{1}{2}x$



3 次の問いに答えなさい。

- 回(1) $y=-\frac{1}{3}x$ のグラフをかけ。

- 回(2) 右のグラフの式を求めよ。



学習 4 比例の利用

例題 長さ5 cmの重さが110 gの針金がある。この針金 x cmの重さを y g として、次の問いに答えなさい。

- (1) y を x の式で表せ。
- (2) この針金120 cmの重さは何 g か。

解法 (1) 針金の重さは、針金の長さに比例するから、 $y=ax$ と表される。

この式に、 $x=5$, $y=110$ を代入して、

$$110=a\times 5 \quad a=22 \rightarrow y=22x$$

- (2) $y=22x$ に $x=120$ を代入して、 $y=22\times 120=2640$ (g)

答 (1) $y=22x$ (2) 2640 g

x と y が比例関係にあるとき、
 $y=ax$ (a は比例定数)
と表すことができる。

4 ガソリン1 Lで10.5 km走る自動車がある。この自動車が x Lのガソリンで走った道のりを y km として、次の問いに答えなさい。

- 回(1) y を x の式で表せ。

- 回(2) この自動車が30 Lで走ることのできる道のりは何 km か。

演習問題 A

- []

[]

[]

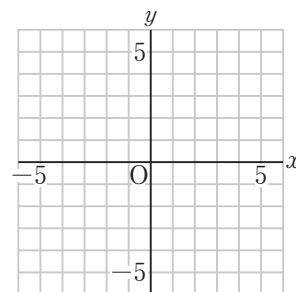
[]

[]

[]

[]

[]

$$\square(4) \quad y = \frac{4}{3}x$$


[]

[]

演習問題B

1 次の x と y の関係を式で表しなさい。また、 y が x に比例するものをすべて選び、番号で答えなさい。

□(1) 正三角形の1辺の長さ x cmと周の長さ y cm

[]

□(2) 横の長さが縦の長さの3倍の長方形で、縦の長さ x cmと面積 y cm²

[]

□(3) 1日の昼の長さ x 時間と夜の長さ y 時間

[]

□(4) 1日に3分遅れる時計が、 x 時間に y 分遅れる。

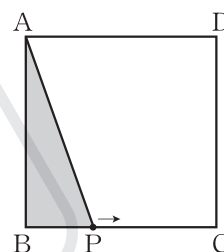
[]

□(5) 長さが20cmで、火をつけると1分につき0.5cmずつ短くなるろうそくについて、火をつけてから x 分後のろうそくの長さは y cmになる。

[]

比例するもの[]

2 右の図のように、1辺の長さが8cmの正方形ABCDがある。点Pは、頂点Bを出発して、毎秒2cmの速さで辺BC上を頂点Cまで動く。点Pが頂点Bを出発してから x 秒後の三角形ABPの面積を y cm²として、次の問いに答えなさい。



□(1) 2秒後の三角形ABPの面積を求めよ。

[]

□(2) y を x の式で表せ。

[]

□(3) x の変域を求めよ。

[]

□(4) y の変域を求めよ。

[]

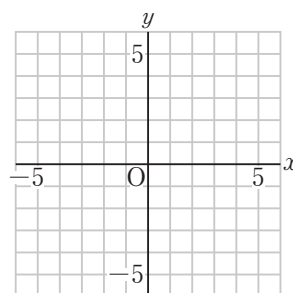
3 x の変域が()内であるとき、次のグラフをかきなさい。また、そのときの y の変域を求めなさい。

□(1) $y = 0.5x$ ($-4 \leq x \leq 2$)

y の変域[]

□(2) $y = -\frac{2}{3}x$ ($-6 \leq x \leq 3$)

y の変域[]



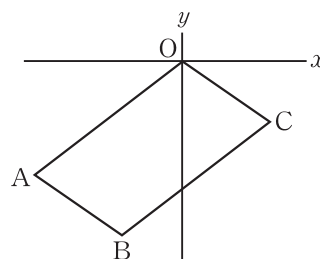
4 右の図のように、原点Oと点A(-5, -4)、および点C(3, -2)を3つの頂点とする平行四边形OABCがある。このとき、次の問いに答えなさい。

□(1) 残りの1つの頂点Bの座標を求めよ。

[]

□(2) 平行四边形OABCの面積を求めよ。ただし、座標軸の単位の長さを1cmとする。

[]



5 底面積が10cm²、深さ18cmの直方体の容器に、毎分15cm³ずつの水を入れる。水を入れ始めてから x 分後の水の深さを y cmとして、次の問いに答えなさい。

□(1) y を x の式で表せ。また、 y の変域も求めよ。

式[] y の変域[]

□(2) 水が容器いっぱいになるのは、水を入れ始めてから何分後か。

[]