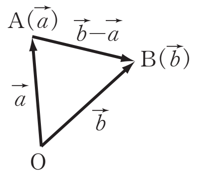
第2講　平面上のベクトルと図形

ポイント1　位置ベクトル

位置ベクトルの表し方

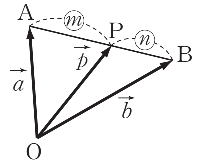
平面上で，１点Oを固定して考えると，平面上の任意の点Pの位置は $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ で定めることができる。$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$ とおくとき，この $\vec{p}$ を点Oを基準とする点Pの位置ベクトルといい，$\mathrm{P}(\vec{p})$ と表す。



２点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ について，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}-\vec{a}$ と表せる。

（注）　以後，特に断りがない限り，点Oを基準とする位置ベクトルを考える。

線分の内分点・外分点の位置ベクトル



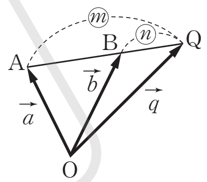
異なる２点A，Bの位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ とする。

(ア)　線分ABを $m:n$ に内分する点Pの位置ベクトル $\vec{p}$ は

$$\vec{p}=\frac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$$

特に，線分ABの中点Mの位置ベクトル $\vec{m}$ は，$\vec{m}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

$m>n$のとき



(イ)　線分ABを $m:n\,(m\neq n)$ に外分する点Qの位置ベクトル $\vec{q}$ は

$$\vec{q}=\frac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}$$

三角形の重心の位置ベクトル

３点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$，$\mathrm{C}(\vec{c})$ を頂点とする△ABCの重心Gの位置ベクトル $\vec{g}$ は，$\vec{g}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$

チェック１　次の問いに答えよ。

(1)　２点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ を結ぶ線分ABについて，次の点の位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(i)　線分ABを１：２に内分する点P　　　(ii)　線分ABを２：３に外分する点Q

(2)　３点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$，$\mathrm{C}(\vec{c})$ を頂点とする△ABCの辺AB，BC，CAを２：１に内分する点をそれぞれL，M，Nとする。このとき，△LMNの重心Gの位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

ポイント2　3点が一直線上にある条件

異なる２点A，Bと任意の点Pについて

３点P，A，Bが一直線上にある $\Longleftrightarrow$ $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\,/\!/\,\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ または $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\vec{0}$ $\Longleftrightarrow$ $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ となる実数 k がある

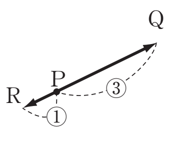
例　異なる２点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ について，$\mathrm{P}(2\vec{a}+\vec{b})$，$\mathrm{Q}(-\vec{a}+4\vec{b})$，$\mathrm{R}(3\vec{a})$ のとき，３点P，Q，Rが一直線上にあることは以下の手順で示す。

(i)　$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{PR}}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表す。

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=\overrightarrow{\mathrm{OQ}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(-\vec{a}+4\vec{b})-(2\vec{a}+\vec{b})=-3\vec{a}+3\vec{b}$$
$$\overrightarrow{\mathrm{PR}}=\overrightarrow{\mathrm{OR}}-\overrightarrow{\mathrm{OP}}=3\vec{a}-(2\vec{a}+\vec{b})=\vec{a}-\vec{b}$$

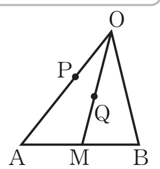
(ii)　$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ を $k\overrightarrow{\mathrm{PR}}$（$k$ は実数）の形に表す。

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=-3(\vec{a}-\vec{b})=-3\overrightarrow{\mathrm{PR}}$$



したがって，３点P，Q，Rは一直線上にある。

チェック２　右図の△OABにおいて，辺OAを２：３に内分する点をP，辺ABの中点をM，線分OMを４：３に内分する点をQとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき，３点P，Q，Bが一直線上にあることを示せ。

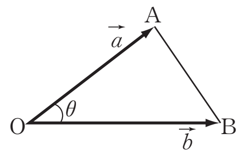


ポイント 3 ベクトルと三角形の面積

右図の△OABにおいて，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\angle AOB=\theta$（$0°<\theta<180°$）とすると，△OABの面積$S$は

$S=\dfrac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$ から θ を消去して

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$$



$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$，$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$とすると

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{(\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2})^2(\sqrt{{b_1}^2+{b_2}^2})^2-(a_1b_1+a_2b_2)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{(a_1b_2-a_2b_1)^2}$$

よって，$S=\dfrac{1}{2}|a_1b_2-a_2b_1|$

チェック3　次の問いに答えよ。

(1)　3点O，A，Bについて，$|\overrightarrow{OA}|=4$，$|\overrightarrow{OB}|=3$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=6$のとき，△OABの面積を求めよ。

(2)　3点A(2，1)，B(3，-1)，C(5，3)について，△ABCの面積を求めよ。

ポイント 4 ベクトル方程式

ある図形を定点の位置ベクトルや方向ベクトルを用いて表した式をベクトル方程式という。

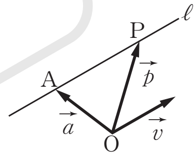
直線のベクトル方程式

（ア）　定点A($\vec{a}$)を通り，$\vec{v}$を方向ベクトルとする直線ℓ

$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{v}$（tは実数）

このとき，tを媒介変数という。

（ア）



（イ）　異なる2点A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$)を通る直線ℓ

$\vec{p}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$（$t$は実数）……①

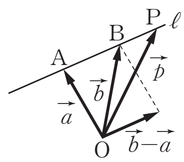
また，①で$1-t=s$とおくと

$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$（$s+t=1$）　……②

特に，①で$0\leqq t\leqq 1$のときや，②で$s\geqq 0$，$t\geqq 0$のときは，

点Pは線分AB上にある。

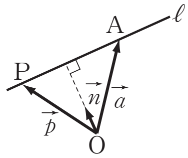
（イ）



（ウ）　定点A($\vec{a}$)を通り，$\vec{0}$でないベクトル$\vec{n}$を法線ベクトルとする直線ℓ

$\vec{n}\cdot(\vec{p}-\vec{a})=0$

（ウ）



円のベクトル方程式

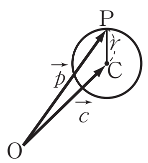
（エ）　中心C($\vec{c}$)，半径rの円

$|\vec{p}-\vec{c}|=r$

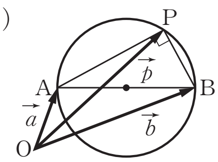
（オ）　2点A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$)を直径の両端とする円

$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$

（エ）



（オ）



チェック4　定点A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$)，C($\vec{c}$)と任意の点P($\vec{p}$)に対して，次の条件を満たす図形のベクトル方程式を求めよ。ただし，(1)〜(3)は媒介変数tを用いて表せ。

(1)　定点D($2\vec{a}$)を通り，$\vec{v}$を方向ベクトルとする直線

(2)　異なる2点D($2\vec{a}$)，E($3\vec{b}$)を通る直線

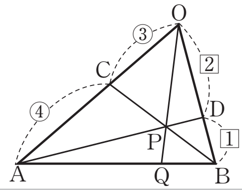
(3)　異なる2点D($2\vec{a}$)，E($3\vec{b}$)を結ぶ線分

(4)　定点F($\vec{a}+\vec{b}$)を通り，$\vec{0}$でないベクトル$\vec{n}$を法線ベクトルとする直線

(5)　中心G($3\vec{c}$)，半径2の円

(6)　2点H($-\vec{a}$)，I($\vec{b}+\vec{c}$)を直径の両端とする円

例題 1　2直線の交点の位置ベクトル

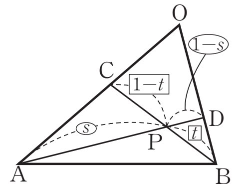


　右図の△OABにおいて，辺OAを3：4に内分する点をC，辺OBを2：1に内分する点をD，線分ADと線分BCの交点をPとする。また，直線OPと辺ABの交点をQとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。　　(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

アプローチ

(1)　線分ADと線分BCの交点Pは，線分ADおよび線分BCの内分点が点Pで一致していると考える。したがって，次の手順で求める。



(i)　AP：PD$=s:(1-s)$（s は実数）とおき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を s，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表す。(①)

(ii)　BP：PC$=t:(1-t)$（t は実数）とおき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を t，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表す。(②)

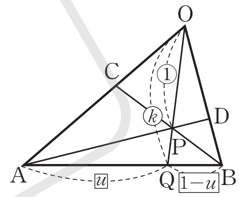
(iii)　①，②の2通りで表した $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ について，

> 1次独立なベクトルの性質
>
> $\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が平行でないとき
>
> $k\vec{a}+\ell\vec{b}=k'\vec{a}+\ell'\vec{b} \Longleftrightarrow k=k',\ \ell=\ell'$（$k$，$\ell$，$k'$，$\ell'$ は実数）

を利用して係数比較を行い，s，t の連立方程式を作る。

(iv)　(iii)の連立方程式を解き，s の値を①に(または t の値を②に)代入する。

(2)(i)　3点O，P，Qは一直線上にあるから $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=k\overrightarrow{\mathrm{OP}}$（$k$ は実数）とおき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を k，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表す。(③)



(ii)　AQ：QB$=u:(1-u)$（u は実数）とおき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を u，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表す。(④)

(iii)　③，④より，(1)と同様に k，u の値を求める。

　また，点Qが直線AB上にあるから，③の式で $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の係数の和が1であることより k の値を求める方法もある。(**類題1**(2)の別解参照。)

解答

(1)　AP：PD$=s:(1-s)$（s は実数）とおくと

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(1-s)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{OD}}=(1-s)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\cdot\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

$$=(1-s)\vec{a}+\frac{2}{3}s\vec{b}\quad\cdots\cdots①$$

BP：PC$=t:(1-t)$（t は実数）とおくと

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=t\overrightarrow{\mathrm{OC}}+(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OB}}=t\cdot\frac{3}{7}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

$$=\frac{3}{7}t\vec{a}+(1-t)\vec{b}\quad\cdots\cdots②$$

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないから，①，②より

$$1-s=\frac{3}{7}t,\quad \frac{2}{3}s=1-t$$

これを解くと，$s=\dfrac{4}{5}$，$t=\dfrac{7}{15}$

$s=\dfrac{4}{5}$ を①に代入して，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{1}{5}\vec{a}+\dfrac{8}{15}\vec{b}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=k\overrightarrow{\mathrm{OP}}$（$k$ は実数）とおくと

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=k\left(\frac{1}{5}\vec{a}+\frac{8}{15}\vec{b}\right)=\frac{k}{5}\vec{a}+\frac{8k}{15}\vec{b}\quad\cdots\cdots③$$

AQ：QB$=u:(1-u)$（u は実数）とおくと

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=(1-u)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+u\overrightarrow{\mathrm{OB}}=(1-u)\vec{a}+u\vec{b}\quad\cdots\cdots④$$

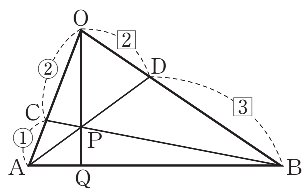
$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないから，③，④より

$$\frac{k}{5}=1-u,\quad \frac{8k}{15}=u$$

これを解くと，$k=\dfrac{15}{11}$，$u=\dfrac{8}{11}$

$u=\dfrac{8}{11}$ を④に代入して，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\dfrac{3}{11}\vec{a}+\dfrac{8}{11}\vec{b}$

類題 1　右図の△OABにおいて，辺OAを2：1に内分する点をC，辺OBを2：3に内分する点をD，線分ADと線分BCの交点をPとする。また，直線OPと辺ABの交点をQとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき，次の問いに答えよ。



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。　　(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

例 題 2 平面上の点の存在範囲

次の問いに答えよ。

(1) 右図で与えられた△OABに対して

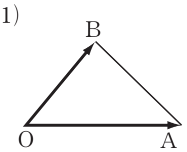
$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}\ \left(s,\ t \text{ は実数で，} s\geqq 0,\ t\geqq 0,\ s+t\leqq \frac{1}{3}\right)$$

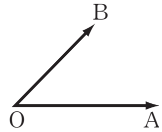
で表される点Pの存在範囲を図示せよ。

(2) 右図で与えられた3点O，A，Bに対して

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}\ (s,\ t \text{ は実数で，} 0\leqq s\leqq 1,\ 1\leqq t\leqq 2)$$

で表される点Pの存在範囲を図示せよ。

(1)


(2)


アプローチ

(1) 一直線上にない3点O，A′，B′に対して

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\alpha\overrightarrow{\mathrm{OA'}}+\beta\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$ ($\alpha\geqq 0$，$\beta\geqq 0$，$\alpha+\beta\leqq 1$) $\Longleftrightarrow$ 点Pの存在範囲は△OA′B′の内部および周…⊛

を利用する。

(i) 不等式 $s+t\leqq \frac{1}{3}$ の右辺が1となるように両辺を3倍する。

(ii) $s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ について，係数を $3s$，$3t$ とするために，$3s\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right)+3t\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right)$ と変形する。

(iii) $\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{\mathrm{OA'}}$，$\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$ とおくことで，⊛を利用できる形を作り出す。

(2) 条件式より s，t は独立に動くので，まず片方の変数を固定して考える。

(i) t を固定し，s を $0\leqq s\leqq 1$ の範囲で移動して得られる線分を求める。

(ii) (i)で求めた線分について，t を $1\leqq t\leqq 2$ の範囲で移動して得られる図形を求める。

解答

(1) $s+t\leqq \frac{1}{3}$ より，$3s+3t\leqq 1$

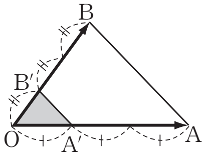
$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}=3s\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right)+3t\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right)$$

ここで，$\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{\mathrm{OA'}}$，$\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$ を満たす点A′，B′をとると

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=3s\overrightarrow{\mathrm{OA'}}+3t\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$$

$$(3s\geqq 0,\ 3t\geqq 0,\ 3s+3t\leqq 1)$$

よって，点Pの存在範囲は右図の△OA′B′の内部および周である。



(2) まず，t を固定して，$t\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$ とすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$$

ここで，s を $0\leqq s\leqq 1$ の範囲で変化させると，点Pは図1のように，線分B′C′上を動く。

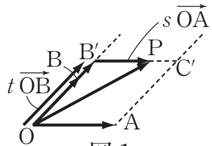


図 1

次に，t を $1\leqq t\leqq 2$ の範囲で変化させると，線分B′C′は図2の線分BCから線分EDまで平行に動く。

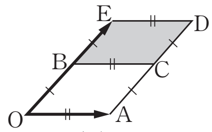


図 2

したがって，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+2\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=2\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とおくと，点Pの存在範囲は図2の平行四辺形BCDEの内部および周である。

類題 2 次の問いに答えよ。

(1) 右図で与えられた△OABに対して

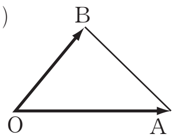
$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}\ (s,\ t \text{ は実数で，} s\geqq 0,\ t\geqq 0,\ s+2t\leqq 2)$$

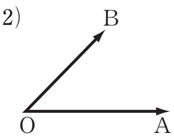
で表される点Pの存在範囲を図示せよ。

(2) 右図で与えられた3点O，A，Bに対して

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}\ (s,\ t \text{ は実数で，} 1\leqq s\leqq 2,\ 1\leqq t\leqq 2)$$

で表される点Pの存在範囲を図示せよ。

(1)


(2)


演　習　問　題

パート 1 (p.8, 9)

1 △OABにおいて，辺ABを3：2に内分する点をC，3：2に外分する点をD，△OABの重心をGとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。　**⇒ポイント1**

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$　(2) $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$　(3) $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$

(4) $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$　(5) $\overrightarrow{\mathrm{AG}}$　(6) $\overrightarrow{\mathrm{GD}}$

2 3点A($\vec{a}$)，B($\vec{b}$)，C($\vec{c}$)を頂点とする△ABCにおいて，辺AB，辺BC，辺CAの中点を，それぞれL($\vec{\ell}$)，M($\vec{m}$)，N($\vec{n}$)とする。また，△ABCの重心をG($\vec{g}$)，△LMNの重心をG′($\vec{g'}$)とする。このとき，次の問いに答えよ。　**⇒ポイント1**

(1) $\vec{g}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) $\vec{\ell}$，$\vec{m}$，$\vec{n}$ を，それぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(3) $\vec{g'}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表し，点Gと点G′が一致することを証明せよ。

3 △ABCと点Pについて，等式 $5\overrightarrow{\mathrm{AP}}+3\overrightarrow{\mathrm{BP}}+2\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\vec{0}$ が成り立っている。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ。

(2) 点Pはどのような位置にある点であるかを答えよ。

(3) 面積比 △PAB：△PBC：△PCA を求めよ。

4 △ABCにおいて，辺ABを2：3に内分する点をP，辺BCを5：2に内分する点をQ，辺CAを3：5に外分する点をRとする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$ とするとき，次の問いに答えよ。　**⇒ポイント2**

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AR}}$ をそれぞれ $\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 3点P，Q，Rがこの順で一直線上にあることを示せ。

5 次の問いに答えよ。　**⇒ポイント3**

(1) 3点O，A，Bについて，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=3$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=2$，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{5}$ のとき，次の値を求めよ。

　(i) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$　(ii) △OABの面積

(2) 3点A(x, 4)，B(2, −1)，C(3, 2)について，△ABCの面積が7となるような実数 x の値を求めよ。

6 任意の点Pに対して，次の問いに答えよ。　**⇒ポイント4**

(1) 点A(3, 1)を通り，$\vec{v}=(4,\ -2)$ を方向ベクトルとする直線 ℓ を媒介変数 t を用いて媒介変数表示せよ。

(2) 2点A(1, −2)，B(5, 3)を通る直線 ℓ を媒介変数 t を用いて媒介変数表示せよ。

(3) 点A(−5, 6)を通り，$\vec{n}=(2,\ -1)$ を法線ベクトルとする直線 ℓ の方程式を求めよ。

7 任意の点P($\vec{p}$)に対して，次の問いに答えよ。　**⇒ポイント4**

(1) 中心の位置ベクトルが $-3\vec{a}$ で，半径が4の円のベクトル方程式を求めよ。

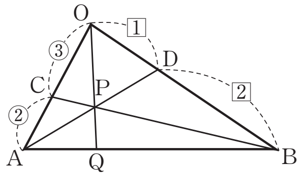
(2) $|3\vec{p}-6\vec{a}|=9$ で与えられる円の中心の位置ベクトルと半径を求めよ。

(3) $(\vec{p}+\vec{a})\cdot(\vec{p}-3\vec{a})=0$ で与えられる円の中心の位置ベクトルと半径を求めよ。

(4) $4|\vec{p}|^2-16\vec{a}\cdot\vec{p}+7|\vec{a}|^2=0$ で与えられる円の中心の位置ベクトルと半径を求めよ。

パート 2 (p.10, 11)

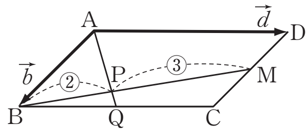
8 右図の△OABにおいて，辺OAを3：2に内分する点をC，辺OBを1：2に内分する点をD，線分ADと線分BCの交点をPとする。また，直線OPと辺ABの交点をQとする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，次の問いに答えよ。　**⇒例題1**



(1) $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

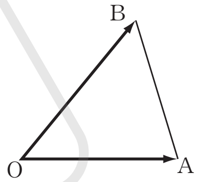
9 右図の平行四辺形ABCDにおいて，辺CDの中点をM，線分BMを2：3に内分する点をP，直線APと辺BCの交点をQとする。$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とするとき，次の問いに答えよ。　**⇒例題1**



(1) $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{b}$，$\vec{d}$ を用いて表せ。

(2) AP：PQ，BQ：QC を求めよ。

10 右図の△OABに対して，点Pが $\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ (s, t は実数)で表されるとする。s，t が次の条件を満たすとき，点Pの存在範囲をそれぞれ図示せよ。　**⇒例題2**



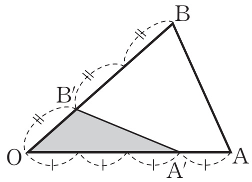
(1) $s+t=\frac{1}{2}$

(2) $s\geqq 0$，$t\geqq 0$，$3s+2t=6$

(3) $s\geqq 0$，$t\geqq 0$，$\frac{s}{2}+t\leqq\frac{1}{3}$

(4) $0\leqq s\leqq 2$，$0\leqq t\leqq 3$

11 右図の△OABにおいて，$\frac{3}{4}\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OA'}$，$\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB'}$ を満たす点をそれぞれA′，B′とする。$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ (s，t は実数)で表される点Pが右図の△OA′B′の内部および周上にあるとき，s，t の満たす条件を求めよ。　**⇒例題2**



パート 3

12 3点O(0，0)，A(−3，1)，B(6，10)に対して，条件 $|4\overrightarrow{AP}+5\overrightarrow{BP}|=36$ を満たす動点Pの描く図形を求めよ。

13 座標平面上に3点O(0，0)，A(−1，2)，B(2，1)がある。点Pが

$$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}\cos\alpha+\overrightarrow{OB}\sin\beta\ (\text{ただし，}0\leqq\alpha\leqq\pi,\ 0\leqq\beta\leqq\pi)$$

を満たすとき，点Pの存在範囲を図示し，その図形の面積を求めよ。

14 △OABにおいて，OA=4，OB=5，AB=6，△OABの外心をHとする。$\overrightarrow{OH}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ (s，t は実数)とするとき，次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ を求めよ。

(2) 辺OA，OBの中点をそれぞれM，Nとするとき，$\overrightarrow{HM}$，$\overrightarrow{HN}$ をそれぞれ s，t，$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。

(3) $\overrightarrow{OH}$ を $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。