

試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

β

数 学 ②

〔数学Ⅱ・数学B〕

(100 点)
(60 分)

I 注 意 事 項

- 1 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 2 この問題冊子は、27 ページあります。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 選択問題については、いずれか2問を選択し、その問題番号の解答欄に解答しなさい。
- 5 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 6 試験終了後の問題冊子の取り扱いについては、監督者の指示に従いなさい。

II 解答上の注意

解答上の注意は、問題冊子の裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

数学Ⅱ・数学B

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問 [※]	

※数学B「確率分布と統計的な推測」からの出題は省略させていただいております。

第 3 問「数列」、第 4 問「ベクトル」を必答問題として解答してください。

数学Ⅱ・数学B 第3問～第5問は、いずれか2問を選択し、解答しなさい。

第4問 (選択問題) (配点 20) ※第5問は省略のため、第4問は必答としてください。

四面体 OABC において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とし、辺の長さと、辺の位置関係との関連性について調べよう。

(1) ベクトルの内積について

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}$$

である。

$\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $|\vec{a}|^2$ ② $|\vec{b}|^2$ ③ $|\vec{c}|^2$ ④ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ⑤ $\vec{b} \cdot \vec{c}$ ⑥ $\vec{c} \cdot \vec{a}$

(2) 四面体 OABC が正四面体であるとき、その1辺の長さを k とすると

$$\boxed{\text{ア}} = \boxed{\text{ウ}}$$

$$\boxed{\text{イ}} = \boxed{\text{エ}}$$

であるから

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = \boxed{\text{オ}}$$

が成り立つ。

よって、 $OA \perp BC$ である。

$\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{オ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① k ② $\frac{1}{2}k$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}k$ ④ $-\frac{1}{2}k$ ⑤ k^2
⑥ $\frac{1}{2}k^2$ ⑦ $\frac{\sqrt{3}}{2}k^2$ ⑧ $-\frac{1}{2}k^2$ ⑨ 0

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

- (3) $OB = OC = m$, $AB = AC = n$ が成り立つとき, $OA = p$, $BC = q$ とすると, 余弦定理により

$$\boxed{\text{ア}} = \boxed{\text{カ}}$$

$$\boxed{\text{イ}} = \boxed{\text{キ}}$$

であるから,

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = \boxed{\text{オ}}$$

が成り立つ。

よって, $OA \perp BC$ である。

これと(2)より, 四面体 $OABC$ が正四面体であることは, $OA \perp BC$ であるための $\boxed{\text{ク}}$ 。

$\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

① $\frac{m^2 + n^2 + p^2}{2}$

① $\frac{m^2 - n^2 + p^2}{2}$

② $\frac{m^2 + n^2 + q^2}{2}$

③ $\frac{m^2 - n^2 + q^2}{2}$

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

① 必要条件であるが, 十分条件ではない

① 十分条件であるが, 必要条件ではない

② 必要十分条件である

③ 必要条件でも十分条件でもない

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

(4) 条件 X , Y を次のように定める。

$$X: OB \perp AC \text{ かつ } OC \perp AB$$

$$Y: OA \perp BC$$

(i) X が成り立つとき, ケ である。このとき, Y は, コ。

ケ の解答群

- ① $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}|$
- ② $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a}$
- ③ $|\vec{a}||\vec{b}| = |\vec{b}||\vec{c}| = |\vec{c}||\vec{a}|$
- ④ $|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 = |\vec{c}|^2 + |\vec{a}|^2$

コ の解答群

- ① 常に成り立つ
- ② 成り立つことはない
- ③ 成り立つときと成り立たないときがある

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

- (ii) O を座標空間内の原点とし、点(0, 0, 8)、点(4, 0, 2)をそれぞれ点 A, B とした場合について考える。

C の座標を $(0, 3, \boxed{\text{サ}})$ とすれば、Y が成り立つ。

このとき、 $\overrightarrow{AC} = (0, \boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{スセ}})$ であるから、 $\boxed{\text{ソ}}$ である。

よって、X は、Y であるための $\boxed{\text{タ}}$ 。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

- ① $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} > 0$ ② $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ ③ $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} < 0$

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
 ② 十分条件であるが、必要条件ではない
 ③ 必要十分条件である
 ④ 必要条件でも十分条件でもない

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

(iii) (ii)と同様に、O を座標空間内の原点とし、点(0, 0, 8), 点(4, 0, 2)をそれぞれ点 A, B とした場合について考える。

このとき、 $OB = \boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ であり、C の座標を $(0, x, \boxed{\text{サ}})$

とすれば、 x の値にかかわらず条件 $Y: OA \perp BC$ が成り立つ。

さらに、条件 Z を次のように定め、 $Y \implies Z$ が成り立つかどうかについて考える。

$$Z: OB = OC \text{ かつ } AB = AC$$

$x = 3$ とすると、 $OC = \sqrt{\boxed{\text{テト}}}$ であるから、これより $\boxed{\text{ナ}}$ ことがわかる。

これと(3)より、 Y は、 Z であるための $\boxed{\text{ニ}}$ 。

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

- ① Y を満たし、かつ Z を満たす O, A, B, C が存在する
- ② Y を満たし、かつ Z を満たさない O, A, B, C が存在する
- ③ Y を満たさず、かつ Z を満たす O, A, B, C が存在する
- ④ Y を満たし、かつ Z を満たす O, A, B, C は存在しない
- ⑤ Y を満たし、かつ Z を満たさない O, A, B, C は存在しない
- ⑥ Y を満たさず、かつ Z を満たす O, A, B, C は存在しない

$\boxed{\text{ニ}}$ の解答群

- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

II 解答上の注意

- 1 解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の ア，イウ などには，符号(－)，数字(0～9)，又は文字(a～d)が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 アイウ に $-8a$ と答えたいとき

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	
イ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	8	9	a	b	c	d
ウ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	☒	a	b	c	d

- 3 数と文字の積の形で解答する場合，数を文字の前にして答えなさい。
例えば， $3a$ と答えるところを， $a3$ と答えてはいけません。
- 4 分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば， $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは， $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば， $\frac{3}{4}$ ， $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを， $\frac{6}{8}$ ， $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

- 5 小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで⑩にマークしなさい。

例えば キ，クケ に 2.5 と答えたいときは，2.50 として答えなさい。

- 6 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば， $4\sqrt{2}$ ， $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ， $6\sqrt{2a}$ と答えるところを， $2\sqrt{8}$ ， $\frac{\sqrt{52}}{4}$ ， $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

- 7 問題の文中の二重四角で表記された コ などには，選択肢から一つを選んで，答えなさい。

- 8 同一の問題文中に サシ，ス，などが2度以上現れる場合，原則として，2度目以降は，サシ，ス のように細字で表記します。