

試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

α

数 学 ① [数学Ⅰ・数学A]

(100点)
(70分)

I 注 意 事 項

- 1 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。
- 2 この問題冊子は、29 ページあります。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 選択問題については、いずれか2問を選択し、その問題番号の解答欄に解答しなさい。
- 5 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解答上の注意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

数学 I ・ 数学 A

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

[1] 正の整数全体の集合を U_1 、整数全体の集合を U_2 、有理数全体の集合を U_3 とする。

実数 x についての条件「 $2x > 1$ 」, 「 $2x < 1$ 」に対して、次の(I), (II), (III)の場合を考える。

(I) U_1 を全体集合とし、 U_1 の部分集合 A_1 , B_1 を

$$A_1 = \{x \mid x \in U_1 \text{ かつ } 2x > 1\}$$

$$B_1 = \{x \mid x \in U_1 \text{ かつ } 2x < 1\}$$

と定める。

(II) U_2 を全体集合とし、 U_2 の部分集合 A_2 , B_2 を

$$A_2 = \{x \mid x \in U_2 \text{ かつ } 2x > 1\}$$

$$B_2 = \{x \mid x \in U_2 \text{ かつ } 2x < 1\}$$

と定める。

(III) U_3 を全体集合とし、 U_3 の部分集合 A_3 , B_3 を

$$A_3 = \{x \mid x \in U_3 \text{ かつ } 2x > 1\}$$

$$B_3 = \{x \mid x \in U_3 \text{ かつ } 2x < 1\}$$

と定める。

このとき、次の問いに答えよ。ただし、 \emptyset は空集合を表す。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(1) (I)において

$$A_1 = \boxed{\text{ア}}, B_1 = \boxed{\text{イ}}$$

が成り立ち, (II)において

$$A_2 \cap B_2 = \boxed{\text{ウ}}, A_2 \cup B_2 = \boxed{\text{エ}}$$

が成り立つ。

$\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{エ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | |
|--|
| ① \emptyset ② U_1 ③ U_2 ④ $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ |
|--|

(2) (III)において, y を有理数とするとき, 条件「 $y \in A_3$ 」と同値である条件は,

$\boxed{\text{オ}}$ と $\boxed{\text{カ}}$ と $\boxed{\text{キ}}$ である。ただし, $\overline{A_3}$, $\overline{B_3}$ はそれぞれ U_3 に関する A_3 , B_3 の補集合を表す。

$\boxed{\text{オ}}$ ~ $\boxed{\text{キ}}$ の解答群(解答の順序は問わない。)

- | |
|---|
| ① $y \in \overline{A_3}$ ⑤ $y \in \overline{A_3} \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$ |
| ② $y \in B_3$ ⑥ $y \in B_3 \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$ |
| ③ $y \in \overline{B_3}$ ⑦ $y \in \overline{B_3} \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$ |

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 花子さんと太郎さんが次の問題を考えている。

問題 a を定数とする。関数

$$f(x) = (x^2 - 4x + 5)^2 - 2a(x^2 - 4x + 5) + 2a^2 - 10a + 9$$

の $0 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の符号について調べよ。

(1) $t = x^2 - 4x + 5$ とおき, $y = f(x)$ を t の式で表すと

$$y = t^2 - 2at + 2a^2 - 10a + 9$$

となる。このとき, t のとりうる値の範囲は

$$\boxed{\text{ク}} \leq t \leq \boxed{\text{ケ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

$$g(t) = t^2 - 2at + 2a^2 - 10a + 9 \left(\boxed{\text{ク}} \leq t \leq \boxed{\text{ケ}} \right) \text{とおく。}$$

(2) 2人の会話を読み、下の問いに答えよ。

花子： $f(x)$ の符号を調べるためには、 $\boxed{\text{ク}} \leq t \leq \boxed{\text{ケ}}$ における $g(t)$ の符号を調べればいいね。

太郎： そのために $\boxed{\text{ク}} \leq t \leq \boxed{\text{ケ}}$ における $g(t)$ の最大値と最小値を調べよう。

花子： a の値によって、 $g(t)$ の最大値と最小値はどう変わるのかな？

太郎： グラフの軸と定義域との位置関係によって、最大値と最小値をとるとき t の値は変わるね。

$g(t)$ の最大値と最小値に関して述べているものとして、最も適切なものは $\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

- ① 最大値は $g(\boxed{\text{ク}})$ または $g(\boxed{\text{ケ}})$ であり、
 最小値は $g(\boxed{\text{ク}})$ または $g(\boxed{\text{ケ}})$ である。
- ② 最大値は $g(\boxed{\text{ク}})$ または $g(\boxed{\text{ケ}})$ または $g(a)$ であり、
 最小値は $g(\boxed{\text{ク}})$ または $g(\boxed{\text{ケ}})$ である。
- ③ 最大値は $g(\boxed{\text{ク}})$ または $g(\boxed{\text{ケ}})$ であり、
 最小値は $g(\boxed{\text{ク}})$ または $g(\boxed{\text{ケ}})$ または $g(a)$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

太郎さんは、 $y = g(\text{ク})$ 、 $y = g(\text{ケ})$ 、 $y = g(a)$ を a の関数としてみたときのグラフを、コンピュータのグラフ表示ソフトを使ってかいた。このソフトは、図 1 の画面上の 、、、 に数値および文字定数 a を含んだ式を入力すると a に関する関数のグラフが表示される。

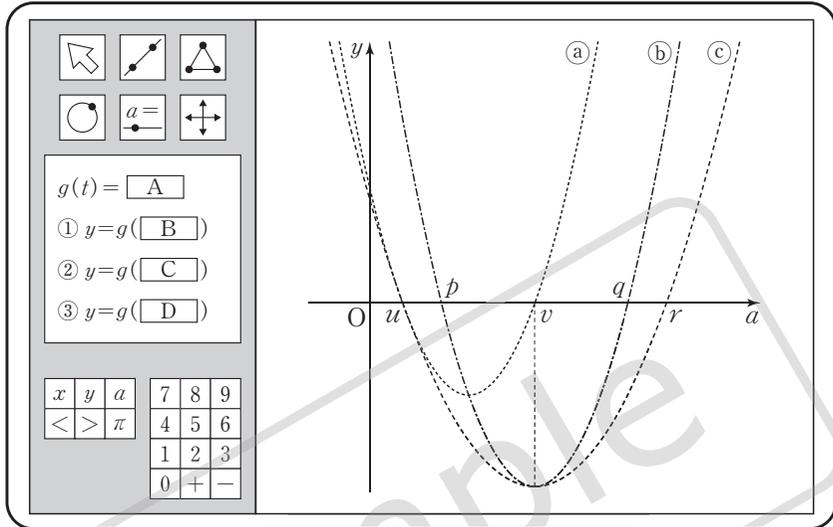


図 1

図 1 において、 u 、 v は (a) と a 軸との交点の a 座標を、 p 、 q は (b) と a 軸との交点の a 座標を、 u 、 r は (c) と a 軸との交点の a 座標を表している。

(3) $y = g(\text{ク})$ 、 $y = g(\text{ケ})$ 、 $y = g(a)$ のグラフとして正しい組み合わせは である。

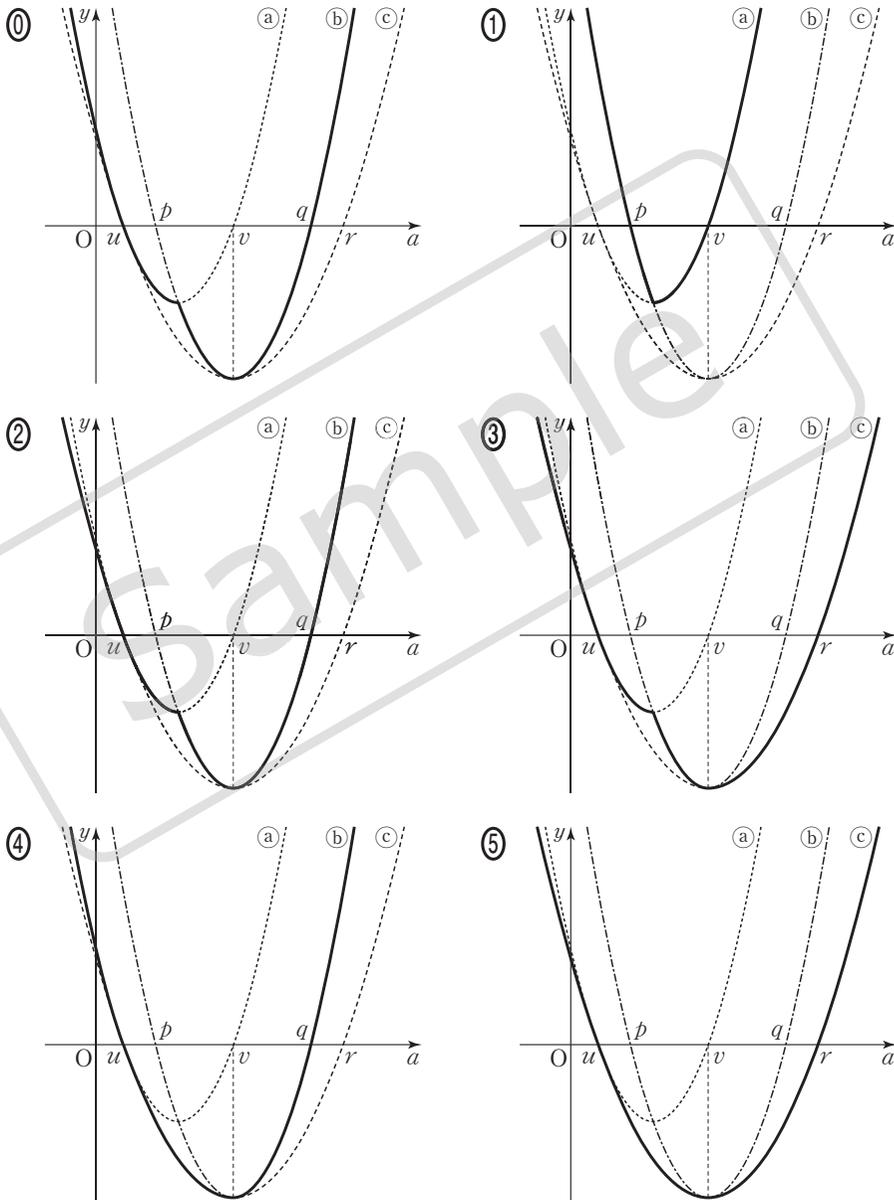
については、最も適当なものを、次の ①～⑤のうちから一つ選べ。

	$y = g(\text{ク})$	$y = g(\text{ケ})$	$y = g(a)$
①	a	b	c
②	a	c	b
③	b	a	c
④	b	c	a
⑤	c	a	b
⑥	c	b	a

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

- (4) $\square{\text{ク}} \leq t \leq \square{\text{ケ}}$ における $g(t)$ の最大値と最小値を図 1 のグラフに実線で示した。最大値を表すグラフは $\square{\text{シ}}$ の実線部分であり、最小値を表すグラフは $\square{\text{ス}}$ の実線部分である。

$\square{\text{シ}}$, $\square{\text{ス}}$ については、最も適当なものを、下の①～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。



(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (5) (4)で求めた最大値と最小値のグラフから $f(x)$ の符号を調べることができる。 $f(x)$ の符号について述べたものとして正しいものは セ である。

セ の解答群

- ① $p < a < v$ のときは, $0 \leq x \leq 3$ において $f(x)$ は常に負の値をとる。
- ② $u < a < p$ のときは, $0 \leq x \leq 3$ において $f(x)$ は常に負の値をとる。
- ③ $v < a < q$ のときは, $0 \leq x \leq 3$ において $f(x)$ は常に正の値をとる。
- ④ $a > q$ のときは, $0 \leq x \leq 3$ において $f(x)$ は正の値も負の値もとる。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

Sample

[3] 四面体 ABCD において、 $AB = BD = 7$ 、 $AC = CD = 5$ 、 $AD = BC = 6$ とする。辺 AD の中点を M とし、辺 BC 上に点 P をとる。

(1) $BM = \boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

また、 $\triangle MBC$ の各辺の長さに着目すると

$$\cos \angle MBC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

であるから

$$\sin \angle MBC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

また、 $\triangle MBC$ の外接円の半径は $\frac{\boxed{\text{ヌ}} \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

(2) 点 P が辺 BC 上を動くときの $\triangle APD$ の面積を S とする。

$\triangle APD$ は、 $AD = 6$ 、 $AP = DP$ の二等辺三角形であるから、S は

$$S = \frac{1}{2} AD \cdot PM = 3PM$$

と表すことができる。

(i) S が最小となるための条件は $\boxed{\text{ハ}}$ である。

$\boxed{\text{ハ}}$ の解答群

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| ① $\angle BMP = \angle CMP$ | ① $\angle BAP = \angle CAP$ |
| ② $BP = PC$ | ③ $PM \perp BC$ |

(ii) S の最小値は、 $\boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フヘ}}}$ である。

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の , などには、符号(−, ±)又は数字(0~9)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 に −83 と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>					
イ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ウ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>				

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

- 4 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで①にマークしなさい。

例えば、 . に 2.5 と答えたいときには、2.50 として答えなさい。

- 5 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $\sqrt{\text{サ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

- 6 根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\text{シ} + \text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ に

$\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけ

ません。

- 7 問題の文中の二重四角で表記された などには、選択肢から一つを選んで、答えなさい。

- 8 同一の問題文中に , などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、 , のように細字で表記します。