

学校選択問題

数 学 第 1 回

(時間 50 分)

注 意

1 解答用紙について

- (1) 解答用紙は1枚で、問題用紙にはさんであります。
- (2) 係の先生の指示に従って、所定の欄2か所に受検番号を書きなさい。
- (3) 答えはすべて解答用紙のきめられたところに、はっきりと書きなさい。
- (4) 解答用紙は切りはなしてはいけません。

2 問題用紙について

- (1) 表紙の所定の欄に受検番号を書きなさい。
- (2) 問題は全部で5問あり、表紙を除いて10ページです。
- (3) 問題用紙の余白を利用して、計算したり、図をかいたりしてもかまいません。

3 解答について

- (1) 答えに根号を含む場合は、根号をつけたままで答えなさい。
 - (2) 答えに円周率を含む場合は、 π を用いて答えなさい。
- 印刷のはっきりしないところは、手をあげて係の先生に聞きなさい。

1 次の各問に答えなさい。(44点)

(1) $\left(\frac{3}{2}a\right)^3 \times (-4ab)^2 \div \frac{9}{8}a^3b$ を計算しなさい。(4点)

(2) $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ のとき, $\frac{3}{x} + \frac{3}{y}$ の値を求めなさい。(4点)

(3) 2次方程式 $2(x-3)^2 - 5(x-3) + 1 = 0$ を解きなさい。(4点)

(4) 次のア～エの調査は, 全数調査と標本調査のどちらでおこなわれますか。全数調査でおこなわれるものを二つ選び, その記号を書きなさい。(4点)

ア ある工場での品質調査

イ ある学校でおこなう体力測定

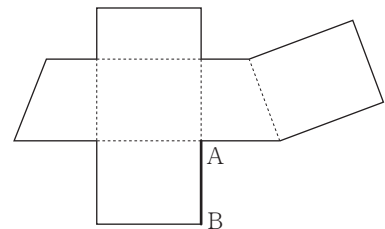
ウ 日本の農家の数を調べる国勢調査

エ 世論調査

- (5) 1, 2, 3, 4, 5 の数字が1つずつ書かれた5枚のカードがあります。このカードをよくきってから同時に2枚ひくとき、2枚のカードに書かれた数の和が7になる確率を求めなさい。
ただし、どのカードをひくことも同様に確からしいものとします。(4点)

- (6) すべての辺の長さが4 cm の正四角錐の体積を求めなさい。(4点)

- (7) 右の図はある立体の展開図で、これを組み立ててつくった立体をVとするとき、立体Vの頂点と辺の数をそれぞれ求めなさい。また、立体Vの辺のうち、辺 AB とねじれの位置になる辺の数を求めなさい。(4点)

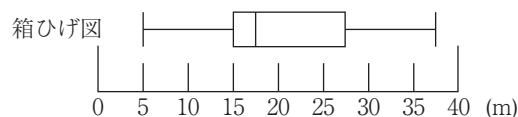
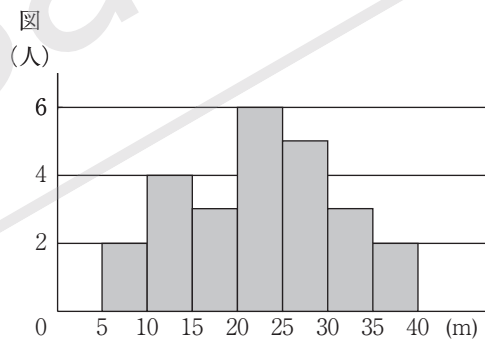


(8) ある2桁の自然数 X があり、各位の数の和は13です。また、 X を2倍してから4をたした数の Y をつくろうとしたところ、間違えて X を4倍してから2をたして Z をつくってしまいました。 Z は Y より114大きくなりました。このとき、 X を求めなさい。(5点)

(9) 関数 $y = -2x^2$ について、 x の変域を $a \leq x \leq 4$ とするとき、 y の変域が $-32 \leq y \leq 0$ となるような a のとりうる値の範囲を求めなさい。(5点)

(10) 次の図は、25人の生徒のボール投げの結果をヒストグラムに表したものです。このヒストグラムでは、ボール投げの結果が5m以上10m未満の生徒の人数は2人であることを表しています。

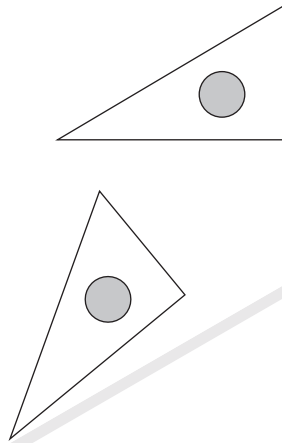
下の箱ひげ図は、このヒストグラムに対応するものではないと判断できます。その理由を、ヒストグラムの階級にふれながら説明しなさい。(6点)



2 次の各問に答えなさい。(13点)

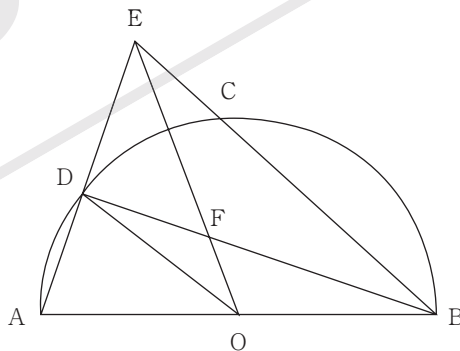
- (1) 下の図は、三角定規を、点Oを回転の中心として回転移動したものです。このときの点Oをコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし、作図するためにかいた線は、消さないでおきなさい。(6点)



- (2) 下の図のように、線分ABを直径とする半円Oがあり、 \widehat{AB} 上に点Cをとります。また、 $\angle ABC$ の二等分線と \widehat{AB} との交点をDとし、線分ADの延長と線分BCの延長との交点をEとし、線分BDと線分OEとの交点をFとします。

このとき、 $\triangle BEF \sim \triangle DOF$ であることを証明しなさい。(7点)



3 次は、先生と A さん、B さんの会話です。これを読んで、あとの各問に答えなさい。(9 点)

先 生 「 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 48 \times 49 \times 50$ のように 1 から 50 までの連続する自然数の積は、一の位から連続で何個、0 が続くか考えてみましょう。」

A さん 「数が多いと全部計算するのは大変ですね。何か簡単に解ける方法はあるのかな。」

B さん 「1 から 10 までの積でまず考えてみましょう。連続で 0 が続くというのは、100 だったら 2 個、1000 だったら 3 個、0 が続いていると言えますね。」

A さん 「ということは、10 を何回かけているか考えれば良さそうですね。そうしたら、1 から 10 までの積は、10 が 1 つなので連続する 0 は 1 個ということでしょうか。」

B さん 「10 は素因数分解すると、 $\boxed{\text{ア}} \times \boxed{\text{イ}}$ になるので、 $\boxed{\text{ア}}$ の倍数と $\boxed{\text{イ}}$ の倍数が両方あれば、10 でなくても、10 をかけていると考えられますね。1 から 10 までは $\boxed{\text{ア}}$ の倍数は $\boxed{\text{イ}}$ の倍数より多いので $\boxed{\text{イ}}$ の倍数が何個あるか考えればいいですね。」

先 生 「いいところに気づきましたね。1 から 10 までは $\boxed{\text{イ}}$ の倍数が 2 個あるので、1 から 10 までの積では、0 が 2 個連続で続いています。」

A さん 「実際に計算すると、1 から 10 までの積は 3628800 になるので、0 が 2 個連続で続いています。1 から 50 までの積も同じように考えればいいですね。」

B さん 「ただし、1 から 50 までの連続する自然数の中心には、 $\boxed{\text{イ}}$ の 2 乗を因数にもつ自然数があるから、扱いに注意しないとイケないですね。」

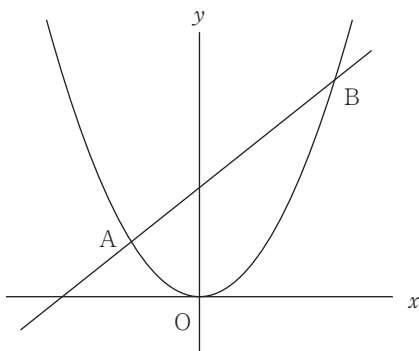
(1) , にあてはまる数を求めなさい。(4点)

(2) 1から50までの連続する自然数の積は、一の位から連続で何個、0が続くか求めなさい。

(5点)



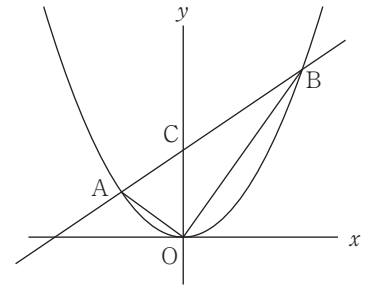
- 4 次の図は、座標平面上にある関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフと、一次関数 $y = ax + b$ のグラフが2点 A, B で交ったものです。これについて、下の各問に答えなさい。(17点)



- (1) 点 A, B の x 座標がそれぞれ $-2, 4$ のとき、線分 AB の長さを求めなさい。(5点)

Sample

- (2) 右の図は、原点 O と 2 点 A , B をそれぞれ結んで $\triangle OAB$ をつくったもので、直線 AB と y 軸との交点を C とします。このとき、次の①, ②に答えなさい。



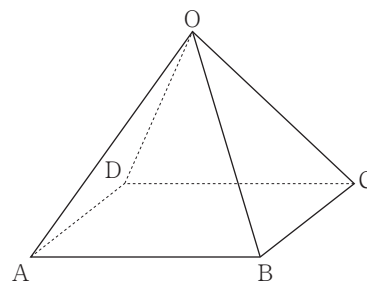
- ① a の値を変えないまま、 b の値を大きくすると、 $\triangle OAB$ の面積はどのように変化するか、次のア～ウの中から一つ選び、その記号を書きなさい。また、その理由を説明しなさい。

(6 点)

ア 小さくなる イ 変わらない ウ 大きくなる

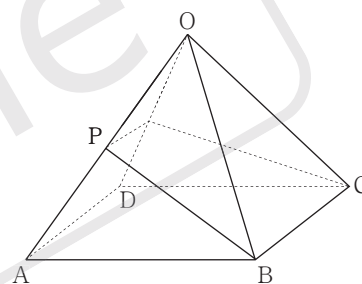
- ② 点 A の x 座標が -2 のとき、 $\triangle OAB$ が $\angle AOB = 90^\circ$ の直角三角形になるのは、 a と b の値がいくつのときか求めなさい。また、そのときの $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。
ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とします。(6 点)

- 5 右の図のような，すべての辺の長さが6 cm の正四角錐 $O-ABCD$ において，次の各問に答えなさい。(17 点)



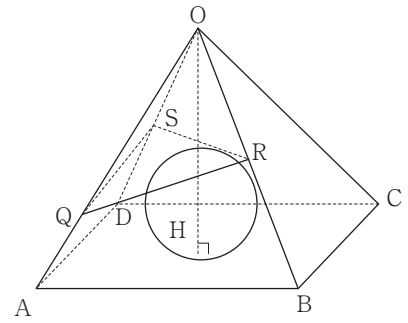
- (1) 頂点 A から辺 OB 上を通過して頂点 C まで，最も短くなるように側面上にひもをかけるとき，ひもの長さを求めなさい。(4 点)

- (2) 辺 OA の中点 P をとり，3点 B, C, P を通る平面で正四角錐を切ります。このときできる切り口の面積を，途中の説明も書いて求めなさい。(7 点)



- (3) 右の図のように、点Oから底面ABCDにひいた垂線をOHとして、点Hで底面ABCDに接するように、半径 $\sqrt{2}$ cmの球を正四角錐の内部に置きます。

辺OA, OB, OD上にそれぞれ点Q, R, Sを、 $OQ = 4$ cm, $OR = OS$ となるようにとります。 $\triangle QRS$ と球が接するとき、線分RBの長さを求めなさい。(6点)



Sample

(以上で問題は終わりです。)