11 整数・数学的考え方

A 問題

134 98，210の２つの数をわり切ることのできるいちばん大きい自然数を求めよ。　〈鹿児島〉

著作権者への配慮から、掲載を差し控えております。
実際の教材には掲載されておりますのでご安心ください。

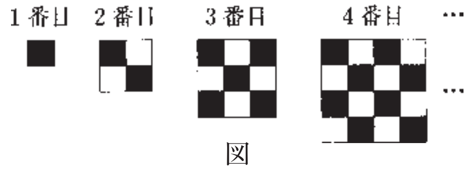
136 次の問いに対する答えとして正しいものを，あとの**ア**～**イ**の中から１つ選び，その記号を答えよ。

$\frac{1050}{n}$ が自然数の平方となるような，最も小さい自然数 n の値を求めよ。　〈神奈川〉

ア　$n=10$　　**イ**　$n=21$　　**ウ**　$n=25$　　**エ**　$n=42$

著作権者への配慮から、掲載を差し控えております。
実際の教材には掲載されておりますのでご安心ください。

139 下の図は，１番目，２番目，３番目，４番目，…と，１辺１ｍの黒と白の正方形のパネルを，左上を黒として交互に規則正しく正方形に並べたものである。図の面積について考えているレンさんとメイさんの会話を読んで，次の(1)，(2)に答えよ。〈青森〉



図

レン：パネルの面積は，番号が大きくなるとどうなるのかな。**表**にして考えてみよう。

番号(番目)	1	2	3	4	5	…
黒の面積(m^2)	1	2	5	8	$\boxed{\text{あ}}$	…
白の面積(m^2)	0	2	4	8	$\boxed{\text{い}}$	…
全体の面積(m^2)	1	4	9	16	25	…

表

メイ：１番目から４番目をまとめたよ。

レン：５番目の黒の面積は$\boxed{\text{あ}}$m^2，白の面積は$\boxed{\text{い}}$m^2，全体の面積は25m^{2}になるね。

メイ：x番目はどうかな。全体の面積はx^2m^{2}だけど，黒と白の面積はそれぞれどうなるのだろう。

レン：**表**をみると，黒と白の面積の関係は，偶数番目と奇数番目で違うみたいだね。

メイ：偶数番目のときは，黒と白の面積は同じだよ。全体の面積はx^2m^{2}だから，黒と白の面積は両方とも$\boxed{\text{う}}$m^{2}だね。

レン：奇数番目のときは，黒は白よりも面積が１m^{2}大きいね。

メイ：全体の面積はx^2m^{2}だから，黒の面積は$\boxed{\text{え}}$m^{2}で，白の面積は$(x^2-\boxed{\text{え}})$m^{2}と表せるね。

(1) $\boxed{\text{あ}}$，$\boxed{\text{い}}$にあてはまる数をそれぞれ書け。

あ＿＿＿＿＿＿＿＿ い＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) $\boxed{\text{う}}$，$\boxed{\text{え}}$にあてはまる式をそれぞれ書け。

う＿＿＿＿＿＿＿＿ え＿＿＿＿＿＿＿＿

頻 **140** **図１**のように，奇数を並べた表がある。このとき，次の(1)，(2)に答えよ。〈石川〉

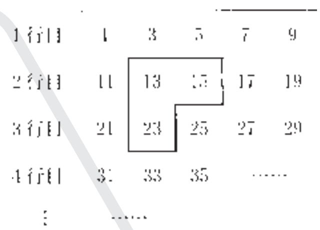
図１

1行目	1	3	5	7	9
2行目	11	13	15	17	19
3行目	21	23	25	27	29
4行目	31	33	35	……	
⋮		……			

(1) 上から７行目，左から４番目の数を求めよ。例えば，上から３行目，左から２番目の数は23である。

(2) **図２**のように，３つの数を┌┘の形の枠で囲み，**図３**のように，枠で囲まれた３つの数を小さい順にa，b，cとするとき，下の①が成り立つ。

図２



$\boxed{\text{ア}}$には，あてはまる整数のうち，最も大きい整数を書け。また，下の[　　]はその最も大きい整数を求めるための説明である。$\boxed{\text{イ}}$に説明の続きを書き，完成させよ。

図３

がどの位置にあっても，$bc-a^2$は$\boxed{\text{ア}}$の倍数である…①

［説明］

aは奇数なので，自然数nを使って$a=2n-1$と表される。

このとき，

イ〔説明の続き〕

したがって，がどの位置にあっても，$bc-a^2$は$\boxed{\text{ア}}$の倍数である。

〔イ　説明の続き〕

ア＿＿＿＿＿＿＿＿

B 問題

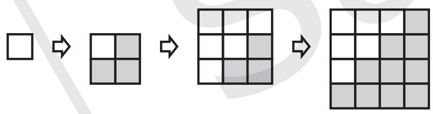
141 図1のような同じ大きさの正方形の白色と灰色のタイルがある。この2色のタイルを平面上に並べて，順番に正方形を作る。1回目の作業として，白色のタイルを1枚置き，1番目の正方形とする。2回目以降の作業は，次のルールに従ってタイルをすき間なく並べ，n回目の作業後にできた正方形をn番目の正方形とする。

図1
白色のタイル　灰色のタイル


【ルール】
① nが偶数のとき，すでに正方形に並んでいるタイルの下側に1行，右側に1列，再び正方形になるように新たに灰色のタイルを並べる。
② nが奇数のとき，すでに正方形に並んでいるタイルの上側に1行，左側に1列，再び正方形になるように新たに白色のタイルを並べる。

図2は，1回目から4回目までの作業後にできた正方形である。例えば，4回目の作業後にできた4番目の正方形で使用するタイルの枚数は，白色のタイルが6枚であり，灰色のタイルが10枚である。

次の(1)〜(4)の問いに答えよ。　〈岐阜〉

図2　1番目　2番目　3番目　4番目


(1) 5番目の正方形で使用する白色のタイルの枚数を求めよ。

__________枚

(2) 次の文章は，nが偶数のとき，n番目の正方形で使用する白色のタイルと灰色のタイルのそれぞれの枚数について，太郎さんが考えたことをまとめたものである。**ア**〜**エ**にnを使った式を，それぞれ当てはまるように書け。

> nが偶数のとき，n番目の正方形で使用する灰色のタイルの枚数は，白色のタイルの枚数より［ア］枚多い。
> したがって，n番目の正方形で使用する白色のタイルの枚数をT枚とすると，使用する灰色のタイルの枚数は，(T＋［ア］)枚と表すことができる。
> また，n番目の正方形では，1辺にn枚のタイルが並ぶので，使用する白色のタイルと灰色のタイルの枚数の合計は，［イ］枚である。
> これらのことから，方程式をつくると，T＋(T＋［ア］)＝［イ］となり，これをTについて解くと，T＝［ウ］となる。
> よって，nが偶数のとき，n番目の正方形で使用する白色のタイルは［ウ］枚，灰色のタイルは［エ］枚となる。

ア__________　イ__________

ウ__________　エ__________

(3) 19番目の正方形で使用する白色のタイルの枚数を求めよ。

__________枚

(4) 白色のタイルと灰色のタイルが150枚ずつ合計300枚あるとき，何番目の正方形まで作ることができるかを求めよ。

__________番目

142 下の**Ⅰ図**のように，横一列に９つのマスが並んでおり，左端から順に１番目のマス，２番目のマス，３番目のマス，…，９番目のマスとする。９つのマスについて，次の**〈操作〉**を行う。 〈京都〉

Ⅰ図

１番目のマス	２番目のマス	３番目のマス	…					９番目のマス

〈操作〉

手順①　１番目のマスに１けたの自然数を書く。
手順②　２番目のマスに１けたの自然数を書く。
手順③　３番目のマスから順に９番目のマスまで，それぞれの１つ左のマスに書いた数と２つ左のマスに書いた数の和を書く。

たとえば，**〈操作〉**の**手順①**で１番目のマスに２，**手順②**で２番目のマスに３を書き，**手順③**にしたがって３番目のマスから順に９番目のマスまで数を書くと，下の**Ⅱ図**のようになる。

このとき，次の問い⑴，⑵に答えよ。

Ⅱ図

１番目のマス	２番目のマス	３番目のマス	…					９番目のマス
2	3	5	8	13	21	34	55	89

⑴ **〈操作〉**の**手順①**で１番目のマスに６，**手順②**で２番目のマスに２を書き，**手順③**にしたがって３番目のマスから順に９番目のマスまで数を書いたとき，９番目のマスに書いた数を求めよ。

⑵ **〈操作〉**を行ったとき，７番目のマスと９番目のマスに書いた数の和が253であった。このとき，１番目のマスに書いた自然数と，２番目のマスに書いた自然数をそれぞれ求めよ。

１番目のマス

２番目のマス

143 自然数 x を何乗かしたときの，一の位の数を考える。

次の⑴，⑵に答えよ。 〈和歌山〉

⑴ $x=2$ とする。

２を３乗，４乗，５乗したとき，$2^3=8$，$2^4=16$，$2^5=32$ であるから，一の位の数はそれぞれ８，６，２となる。

表は，2^1，2^2，2^3，2^4，2^5，…の計算結果と，一の位の数についてまとめたものである。

このとき，**表**中の□にあてはまる数を求めよ。

表

	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5		…		2^{11}		…
計算結果	2	4	8	16	32		…		＊		…
一の位の数	2	4	8	6	2		…		□		…

＊は，あてはまる数を省略したことを表している。

⑵ $x=3$ とする。

3^{310} の一の位の数を求めよ。

ただし，答えを求める過程がわかるようにかけ。

〔過程〕

一の位の数