第11講　ベクトル(1)　平面上のベクトルと演算

学習のポイント

1　ベクトルの意味

線分の長さ，図形の面積，物体の質量などは，１つの数値(大きさ)で表すことができる。

これに対して，いろいろな量の中には，大きさのほかに向きをもつものがある。例えば，天気予報などで見る「西の風，風力３」や，点をx軸方向に３だけ平行移動するなどのように，大きさと向きをもつものがある。このような量の表し方を定義する。

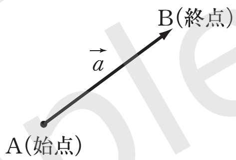
線分ABについて，AからBに向かうという向きを考えたものを

$\boxed{❶\quad}$ABといい，Aを始点，Bを$\boxed{❷\quad}$という。

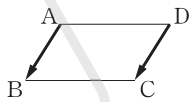
$\boxed{❶\quad}$について，位置を問題にせず，大きさと$\boxed{❸\quad}$だけを考えたものをベクトルという。

ベクトルは，右図のように矢印のついた線分を用いて表すことができ，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\vec{a}$のように書く。

このとき，線分ABの長さをそのベクトルの大きさといい，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$，$|\vec{a}|$のように表す。



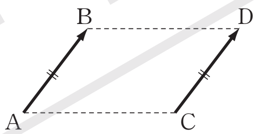
有向線分とベクトル
下図の平行四辺形ABCDで，有向線分ABと有向線分DCはベクトルとしては同じものである。



2　ベクトルの相等

向きが同じで，大きさが等しい２つのベクトルは等しいという。ベクトルが等しいことを$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{CD}}$のように表す。

また，２つのベクトル$\vec{a}$と$\vec{b}$が等しいことを$\vec{a}=\vec{b}$と表す。



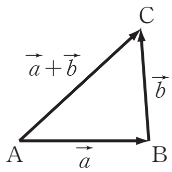
ベクトルの相等
ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$を平行移動して$\overrightarrow{\mathrm{CD}}$に重ね合わせることができる。
$\iff \overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{CD}}$
(４点A，B，C，Dが一直線上にないときは，平行四辺形ABDCを作る。)

3　ベクトルの加法

２つのベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$に対して，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$とするとき，ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$を$\vec{a}$と$\vec{b}$の和といい，$\vec{a}+\vec{b}$と表す。すなわち

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\boxed{❹\quad}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

である。



ベクトルの加法について，次の法則が成り立つ。

(1)　交換法則：$\vec{a}+\vec{b}=\boxed{❺\quad}+\vec{a}$

(2)　結合法則：$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\boxed{❻\quad}\right)$

例　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\boxed{❼\quad}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\boxed{❽\quad}$

ベクトルの加法

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$
終点　同じ　始点

ベクトルについて，数や文字式の加法と同様に計算ができる。

結合法則が成り立つので，(　)をつけずに$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$と表記する。

解答　❶ 有向線分　❷ 終点　❸ 向き　❹ $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$　❺ $\vec{b}$　❻ $\vec{c}$　❼ $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$　❽ $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$

4 単位ベクトルと零ベクトル

大きさが1であるベクトルを単位ベクトルという。

すなわち，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$が単位ベクトルのとき，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=$ ❶ である。

始点と終点が一致したベクトルを零ベクトルといい，記号$\vec{0}$で表す。すなわち，$\overrightarrow{\mathrm{AA}}=$ ❷

零ベクトルの大きさは ❸ で，向きは考えない。

また，ベクトル$\vec{a}$に対して，$\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=$ ❹

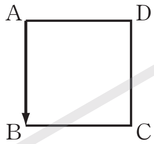
零ベクトル$\vec{0}$
数の0と同じような性質がある。

5 逆ベクトル

ベクトル$\vec{a}$と大きさが等しく，向きが反対であるベクトルを$\vec{a}$の逆ベクトルといい，$-\vec{a}$で表す。すなわち，

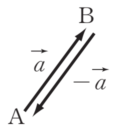
$-\overrightarrow{\mathrm{AB}}=$ ❺ である。

また，ベクトル$\vec{a}$に対して，$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$



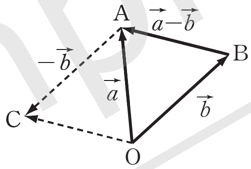
例 右図の正方形ABCDにおいて，ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$の逆ベクトルは，

$\overrightarrow{\mathrm{BA}}$と ❻



6 ベクトルの減法

2つのベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$に対して，$\vec{a}$に$\vec{b}$の逆ベクトル$-\vec{b}$を加えたベクトル$\vec{a}+(-\vec{b})$を$\vec{a}-\vec{b}$と表し，これを$\vec{a}$から$\vec{b}$を引いた差という。



例 右図で，$\vec{a}-\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{BO}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+$ ❼

$=\overrightarrow{\mathrm{OC}}=$ ❽

よって，3点O，A，Bについて，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{BA}}$

ベクトルの減法

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{BA}}$
同じ

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}$
同じ

7 ベクトルの実数倍

ベクトル$\vec{a}$と実数kに対して，$k\vec{a}$を次のようなベクトルと定める。

$\vec{a}\neq\vec{0}$のとき

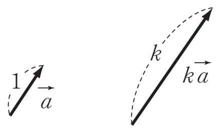
(1) $k>0$のとき，$\vec{a}$と同じ向きで，大きさが$|\vec{a}|$のk倍
特に，$k=1$のときは，$k\vec{a}=\vec{a}$

(2) $k=0$のとき，$\vec{0}$（零ベクトル）

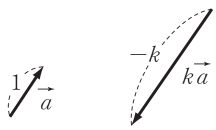
(3) $k<0$のとき，$\vec{a}$と反対の向きで，大きさが$|\vec{a}|$の$-k$倍
特に，$k=-1$のときは，$k\vec{a}=-\vec{a}$

$\vec{a}=\vec{0}$のとき
任意の実数kに対して，$k\vec{0}=\vec{0}$と定める。

$k>0$のとき



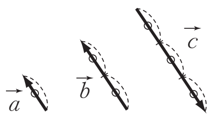
$k<0$のとき



例 右図において，

$\vec{b}=$ ❾ $\vec{a}$，$\vec{c}=$ ❿ $\vec{a}$

である。



解答 ❶ 1 ❷ $\vec{0}$ ❸ 0 ❹ $\vec{a}$ ❺ $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ ❻ $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ ❼ $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ ❽ $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ ❾ 2 ❿ -3

8 ベクトルの演算

ベクトルの実数倍について，次の法則が成り立つ。

k，ℓ を実数とするとき

(1) $k(\ell\vec{a})=(k\ell)\vec{a}$

(2) $(k+\ell)\vec{a}=k\vec{a}+\ell\vec{a}$

(3) $k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$

例 $2(-3\vec{a})=$ ❶ $\boxed{}\,\vec{a}$

$2\vec{a}+7\vec{a}=$ ❷ $\boxed{}\,\vec{a}$

$4(\vec{a}+\vec{b})=$ ❸ $\boxed{}\,\vec{a}+$ ❹ $\boxed{}\,\vec{b}$

9 ベクトルの平行

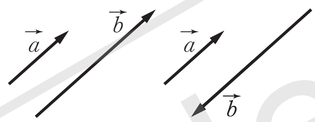
$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が同じ向き，または反対の向きであるとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行であるといい，$\vec{a}/\!/\vec{b}$ と表す。

このとき，

$\vec{a}/\!/\vec{b} \iff \vec{b}=k\vec{a}$ となる実数 k がある

ここで，$k>0$ のときは $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が同じ向き，$k<0$ のときは $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が反対の向きになる。

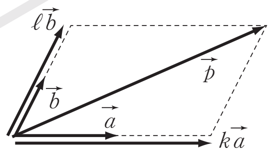
$k>0$のとき　　$k<0$のとき



例 $\vec{e}$ を単位ベクトルとするとき，$\vec{e}$ と平行で大きさが 2 のベクトルは $2\vec{e}$ と $-2\vec{e}$ の 2 つがある。

例 $|\vec{a}|=3$ のとき，$\vec{a}$ と平行な単位ベクトルは ❺ $\boxed{}\,\vec{a}$ と $-$ ❺ $\boxed{}\,\vec{a}$ の 2 つがある。

10 ベクトルの 1 次独立と分解



$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が平行でないことを，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は 1 次独立であるという。このとき，任意のベクトル $\vec{p}$ は，実数 k，ℓ を用いて

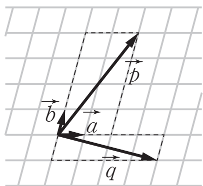
$\vec{p}=k\vec{a}+\ell\vec{b}$

とただ 1 通りに表せる。

例 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{p}$，$\vec{q}$ が右図のように与えられているとき，$\vec{p}$，$\vec{q}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表すと

$\vec{p}=$ ❻ $\boxed{}\,\vec{a}+$ ❼ $\boxed{}\,\vec{b}$

$\vec{q}=$ ❽ $\boxed{}\,\vec{a}-\vec{b}$



↔ ベクトルの計算は多項式の計算と同様に行える。

k，ℓ，a，b を実数とするとき

(1) $k(\ell a)=(k\ell)a$

(2) $(k+\ell)a=ka+\ell a$

(3) $k(a+b)=ka+kb$

↔ $\vec{b}\neq\vec{0}$ なので $k\neq0$

↔ $2\vec{e}$ は $\vec{e}$ と同じ向き，$-2\vec{e}$ は $\vec{e}$ と反対の向き。

↔ $\vec{a}$ と平行な単位ベクトルは，$\pm\dfrac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$

↔ △OAB で，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は 1 次独立である。

↔ 右辺 $k\vec{a}+\ell\vec{b}$ をベクトルの 1 次結合の式という。

↔ $\vec{p}$，$\vec{q}$ が $\vec{a}$，$\vec{b}$ と平行な辺をもつ平行四辺形の対角線となるように分解する。

解答 ❶ -6　❷ 9　❸ 4　❹ 4　❺ $\dfrac{1}{3}$　❻ 2　❼ 4　❽ 4

ターゲット1　［ベクトルの意味］➡1

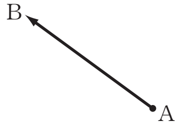
次の 解答 の［　］にあてはまることばや記号を入れよ。

解答

速度や力のように [1] と向きをもつものをベクトルという。

右図のように，有向線分ABで表されるベクトルは，[2] と表し，点Aを [3] ，点Bを [4] という。

また，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の大きさを [5] と表す。



ヒント

有向線分

線分ABでAからBに向かうという向きを考えるもの。

有向線分では位置を区別するが，ベクトルでは平行移動して重なるものは等しいと考える。

ターゲット1の答

1 大きさ　2 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

3 始点　4 終点

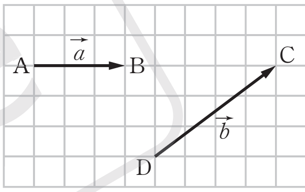
5 $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$

トレーニング TRAINING

1 右図の有向線分で表されたベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，次の問いに答えよ。

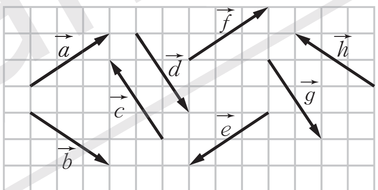
□(1)　それぞれのベクトルの始点，終点を答えよ。

□(2)　それぞれのベクトルの大きさを求めよ。ただし，方眼の1目盛りの長さを1とする。



ターゲット2　［ベクトルの相等］➡2

右図のベクトルのうち，等しいベクトルの組をすべて答えよ。



解答

向きが同じで大きさが等しい2つのベクトルは等しい。等しいベクトルは，

$\vec{a}$ と [1] ，[2] と $\vec{g}$

ヒント

ターゲット2の答

1 $\vec{f}$　2 $\vec{d}$

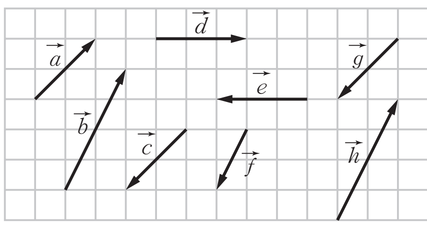
トレーニング TRAINING

2 右図のベクトルについて，次の条件を満たすベクトルの組をすべて答えよ。

□(1)　大きさの等しいベクトルの組

□(2)　互いに平行なベクトルの組

□(3)　等しいベクトルの組

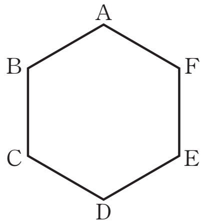


ターゲット3　［ベクトルの加法］➡3

右図の正六角形ABCDEFにおいて，次のベクトルを1つのベクトルで表せ。

(1)　$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$

(2)　$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BF}$



解答

(1)　$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=$ ❶［　　］

(2)　$\overrightarrow{BF}=$ ❷［　　］ であるから

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AC}+$ ❷［　　］ $=$ ❸［　　］

ヒント

ベクトルの加法

$\overrightarrow{A\bigcirc}+\overrightarrow{\bigcirc B}$ のときは

同じ点

$\overrightarrow{AB}$ となる。

$\overrightarrow{A\bigcirc}+\overrightarrow{\triangle B}$ のときは

異なる点

$\overrightarrow{A\bigcirc}$ の終点が△

または，$\overrightarrow{\triangle B}$ の始点が○

となるように平行移動する。

ターゲット3の答

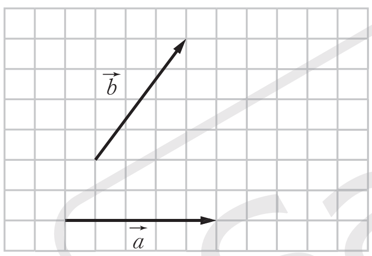
❶ $\overrightarrow{AD}$　❷ $\overrightarrow{CE}$

❸ $\overrightarrow{AE}$ $(\overrightarrow{BD})$

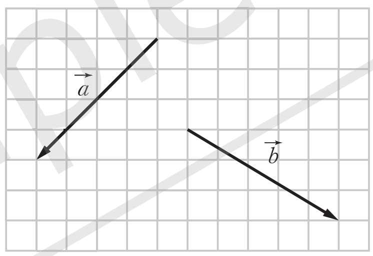
トレーニング TRAINING

3 下図で与えられるベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$\vec{a}+\vec{b}$ を図示せよ。

□(1)

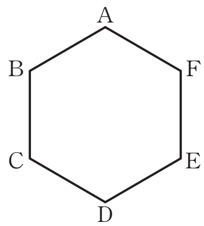


□(2)



4 右図の正六角形ABCDEFにおいて，次のベクトルを1つのベクトルで表せ。

□(1)　$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}$　　□(2)　$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DF}$



ターゲット4　［単位ベクトルと零ベクトル］➡4

次の **解答** の［　　］にあてはまることばや記号を入れよ。

解答

(1)　$|\overrightarrow{AB}|=1$ であるベクトル $\overrightarrow{AB}$ を ❶［　　］ ベクトルという。

(2)　$\vec{a}+\vec{x}=\vec{a}$ を満たすベクトル $\vec{x}$ を ❷［　　］ ベクトルといい，❸［　　］ で表す。

ヒント

実数 a，x について，$a+x=a$ を満たす $x=0$ に相当するベクトルが $\vec{0}$ である。

すなわち

$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$

である。

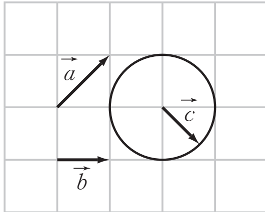
ターゲット4の答

❶ 単位　❷ 零

❸ $\vec{0}$

トレーニング TRAINING

□**5** 右図のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ のうち，単位ベクトルはどれか。ただし，方眼の1目盛りの長さを1とする。

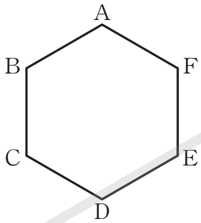


ターゲット5 ［逆ベクトル，ベクトルの減法］➡5, 6

右図の正六角形ABCDEFにおいて，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

(1) $\overrightarrow{DE}$

(2) $\overrightarrow{FB}$



ヒント

↔ $\overrightarrow{DE}=-\overrightarrow{ED}$

↔ $\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AF}$

解答

(1) $\overrightarrow{DE}=-\overrightarrow{ED}=-\overrightarrow{AB}=$ ①[　　]

(2) $\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{AB}-$ ②[　　] $=$ ③[　　]

ターゲット5の答

① $-\vec{a}$　② $\overrightarrow{AF}$

③ $\vec{a}-\vec{b}$

トレーニング TRAINING

□**6** 次のベクトルのうち，零ベクトルになるものはどれか。

ア $\vec{0}+\vec{0}$

イ $\vec{a}+(-\vec{a})$

ウ 異なる2点A，Bがあるとき，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}$

エ 異なる2点C，Dがあるとき，$\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CD}$

オ 相異なる3点A，B，Cがあるとき，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$

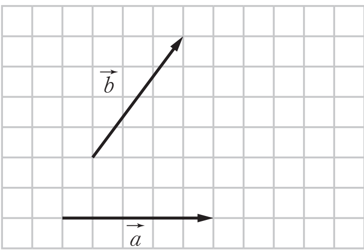
7 次の等式が成り立つことを証明せよ。

□(1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=-\overrightarrow{BC}$

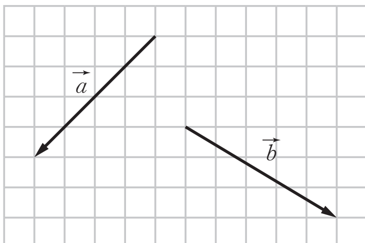
□(2) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

8 下図で与えられるベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ について，$\vec{a}-\vec{b}$ を図示せよ。

□(1)

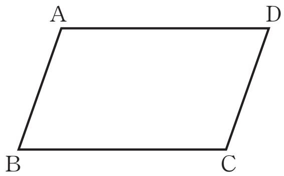


□(2)



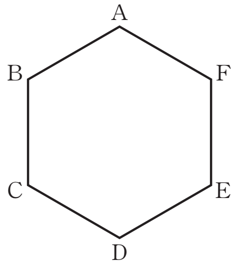
9 右図の平行四辺形ABCDにおいて，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

□(1)　$\overrightarrow{CD}$　　　□(2)　$\overrightarrow{BD}$



10 右図の正六角形ABCDEFにおいて，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

□(1)　$\overrightarrow{DC}$　　　□(2)　$\overrightarrow{CE}$



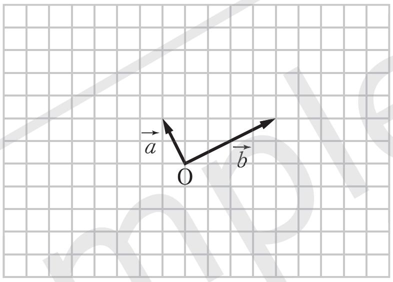
ターゲット6　［ベクトルの実数倍］➡7

$\vec{a}$，$\vec{b}$ が右図のように与えられているとき，次のベクトルを点Oを始点として図示せよ。

(1)　$2\vec{b}$

(2)　$\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}$

(3)　$2\vec{a}-\vec{b}$



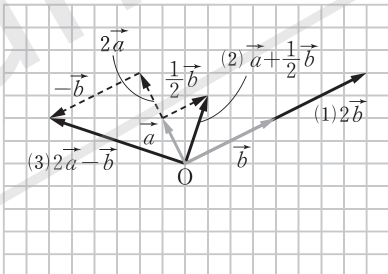
ヒント

解答

(1)　$\vec{b}$ と同じ向きで大きさが **1** 倍のベクトルを作る。

(2)　$\vec{a}$ の終点を始点として **2** $\vec{b}$ を作り，その終点と点Oを結ぶ。

(3)　$2\vec{a}$ の終点を始点として$-\vec{b}$ を作り，その終点と点Oを結ぶ。



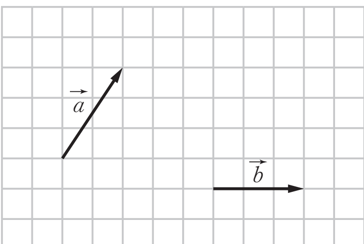
ターゲット6の答

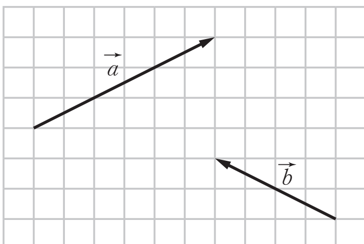
1　2　2　$\dfrac{1}{2}$

トレーニング TRAINING

11 下図のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，次のベクトルをそれぞれ図示せよ。

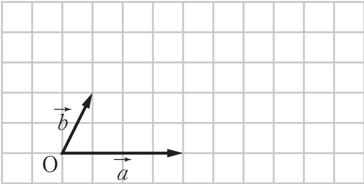
□(1)　$2\vec{a}$，$-3\vec{b}$　　　□(2)　$-\dfrac{1}{3}\vec{a}$，$\dfrac{3}{2}\vec{b}$



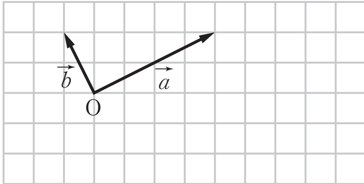


12 下図のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ について，次のベクトルをそれぞれ点Oを始点として図示せよ。

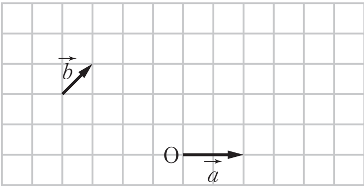
□(1)　$\vec{a}+2\vec{b}$



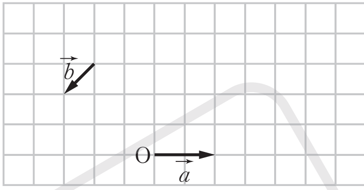
□(2)　$\dfrac{1}{2}\vec{a}-2\vec{b}$



□(3)　$-2\vec{a}+3\vec{b}$



□(4)　$\dfrac{3}{2}\vec{a}-4\vec{b}$



ターゲット7　［ベクトルの演算］➡8

次の問いに答えよ。

(1)　$(5\vec{a}-\vec{b})-(2\vec{a}-4\vec{b})$ を計算せよ。

(2)　$3\vec{a}+4\vec{x}=2(\vec{x}-\vec{a})+6\vec{b}$ を満たす $\vec{x}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

解答

(1)　$(5\vec{a}-\vec{b})-(2\vec{a}-4\vec{b})=(5-2)\vec{a}+\left(\boxed{①}+4\right)\vec{b}=3\vec{a}+\boxed{②}$

(2)　$3\vec{a}+4\vec{x}=2\vec{x}-\boxed{③}\vec{a}+\boxed{④}\vec{b}$ より

$2\vec{x}=\boxed{⑤}\vec{a}+\boxed{④}\vec{b}$　　よって，$\vec{x}=\boxed{⑥}$

ヒント

⇔ ベクトルの計算は多項式と同様に行う。

⇔ $\vec{x}$ の1次方程式を解く要領で行う。

ターゲット7の答

①	-1	②	$3\vec{b}$		
③	2	④	6	⑤	-5
⑥	$-\dfrac{5}{2}\vec{a}+3\vec{b}$				

トレーニング TRAINING

13 次の計算をせよ。

□(1)　$\vec{a}+(-3\vec{a})$

□(2)　$-2\vec{a}+5\vec{a}$

□(3)　$\vec{a}+\vec{b}+4\vec{a}$

□(4)　$3\vec{a}-\vec{b}+\vec{a}+3\vec{b}$

□(5)　$\dfrac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}+\vec{a}+\dfrac{2}{3}\vec{b}$

□(6)　$3(\vec{a}+\vec{b})+2(-\vec{a}+\vec{b})$

□(7)　$2(3\vec{a}-\vec{b})-4(\vec{a}+2\vec{b})$

□(8)　$\dfrac{1}{2}(\vec{a}-2\vec{b})+\dfrac{1}{3}(3\vec{a}+\vec{b})$

14 $\vec{x}=\vec{a}+2\vec{b}$, $\vec{y}=\vec{a}-\vec{b}$ のとき，次のベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

□(1)　$2\vec{x}+3\vec{y}$

□(2)　$\dfrac{1}{4}\vec{x}-\dfrac{1}{2}\vec{y}$

□(3)　$2(\vec{x}-\vec{y})-(\vec{x}+3\vec{y})$

□(4)　$\dfrac{1}{3}(\vec{x}-\vec{y})-\dfrac{1}{4}(2\vec{x}+\vec{y})$

15 次の等式を満たす$\vec{x}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表せ。

□(1)　$\vec{x}+\vec{a}=\vec{b}$　　□(2)　$\vec{x}-\vec{a}=2\vec{a}-\vec{b}$

□(3)　$3\vec{x}-2\vec{a}=\vec{x}+4\vec{b}$　　□(4)　$2(\vec{x}+\vec{a})=3(\vec{a}+2\vec{b})$

16 次の等式を満たす$\vec{x}$，$\vec{y}$を，それぞれ$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表せ。

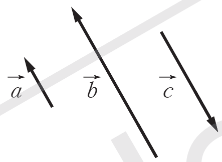
□(1)　$\begin{cases}\vec{x}+\vec{y}=3\vec{a}\\ \vec{x}-\vec{y}=\vec{a}+2\vec{b}\end{cases}$　　□(2)　$\begin{cases}\vec{x}-\vec{y}=\vec{a}+\vec{b}\\ \vec{x}+2\vec{y}=4\vec{b}\end{cases}$

ターゲット8　［ベクトルの平行］➡9

右図で，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$は互いに平行で，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=6$，$|\vec{c}|=4$であるとき，次の問いに答えよ。

(1)　$\vec{b}$，$\vec{c}$をそれぞれ$\vec{a}$を用いて表せ。

(2)　$\vec{a}$と平行な単位ベクトルを$\vec{a}$を用いて表せ。



解答

(1)　$\vec{b}$は$\vec{a}$と同じ向きで大きさが3倍であるから，$\vec{b}=\boxed{①\quad}\vec{a}$

$\vec{c}$は$\vec{a}$と反対の向きで大きさが2倍であるから，$\vec{c}=\boxed{②\quad}\vec{a}$

(2)　$|\vec{a}|=2$なので，$\vec{a}$と平行な単位ベクトルは，$\dfrac{1}{2}\vec{a}$と$\boxed{③\quad}\vec{a}$

ヒント

←→ $\vec{a}/\!/\vec{b}$のとき$\vec{b}=k\vec{a}$（kは実数）と表され，$\vec{a}$，$\vec{b}$は$k>0$ならば同じ向きで，$k<0$ならば反対の向き。

$|\vec{b}|$は$|\vec{a}|$の$|k|$倍。

ターゲット8の答

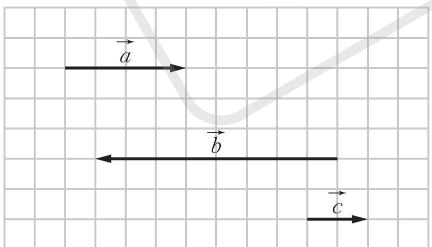
① 3　② -2

③ $-\dfrac{1}{2}$

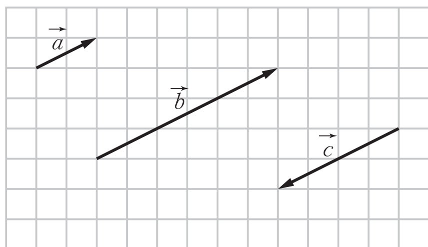
トレーニング　TRAINING

17 下図で，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$は互いに平行である。$\vec{b}$，$\vec{c}$をそれぞれ$\vec{a}$を用いて表せ。

□(1)



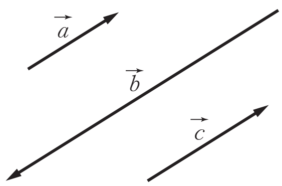
□(2)



18 右図で，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$は互いに平行で，$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=9$，$|\vec{c}|=4$であるとき，次の問いに答えよ。

□(1)　$\vec{b}$，$\vec{c}$をそれぞれ$\vec{a}$を用いて表せ。

□(2)　$\vec{a}$と平行な単位ベクトルを$\vec{a}$を用いて表せ。



19 次の問いに答えよ。

□(1)　単位ベクトル $\vec{e}$ と平行で，大きさが5のベクトルを $\vec{e}$ を用いて表せ。

□(2)　$|\vec{a}|=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルを，$\vec{a}$ を用いて表せ。

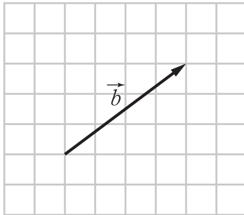
□(3)　$|\vec{b}|=4$ のとき，$\vec{b}$ と反対の向きの単位ベクトルを，$\vec{b}$ を用いて表せ。

20 右図で，方眼の1目盛りの長さを1とする。次のようなベクトルを，$\vec{b}$ を用いて表せ。

□(1)　$\vec{b}$ と同じ向きの単位ベクトル

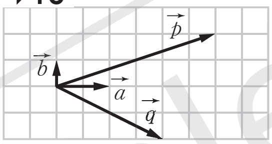
□(2)　$\vec{b}$ と平行な単位ベクトル

□(3)　$\vec{b}$ と反対の向きで，大きさが10のベクトル



ターゲット9　［ベクトルの1次独立と分解］➡10

$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{p}$，$\vec{q}$ が右図のように与えられているとき，$\vec{p}$，$\vec{q}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。



解答

$\vec{p}=$ ① $\vec{a}+$ ② $\vec{b}$　　$\vec{q}=$ ③ $\vec{a}-$ ④ $\vec{b}$

ヒント

↔ $\vec{p}$，$\vec{q}$ がそれぞれ対角線となるような平行四辺形を考える。

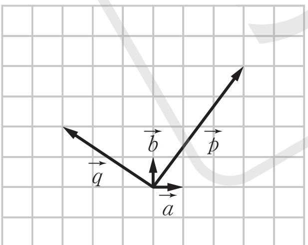
ターゲット9の答

① 3　② 2　③ 2　④ 2

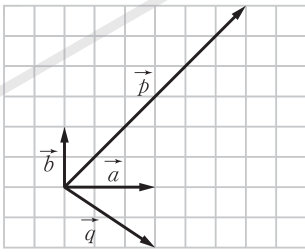
トレーニング TRAINING

21 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{p}$，$\vec{q}$ が下図のように与えられているとき，$\vec{p}$，$\vec{q}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

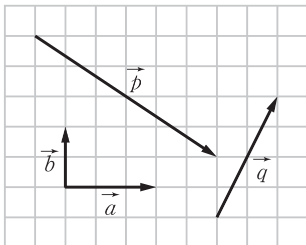
□(1)



□(2)



□(3)

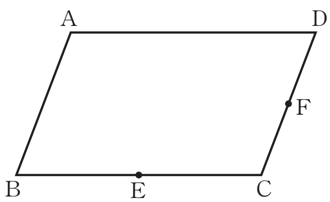


22 右図の平行四辺形ABCDにおいて，辺BC，CDの中点をそれぞれE，Fとする。

$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

□(1)　$\overrightarrow{BE}$　　□(2)　$\overrightarrow{CF}$

□(3)　$\overrightarrow{AE}$　　□(4)　$\overrightarrow{EF}$



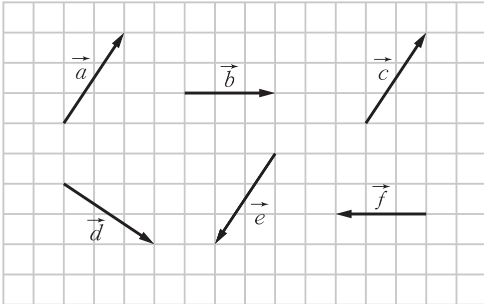
まとめの問題

1 右図のベクトルについて，次の条件を満たすベクトルの組をすべて答えよ。

(1) 大きさが等しいベクトルの組

(2) 互いに逆ベクトルであるものの組

(3) 等しいベクトルの組



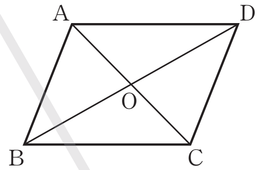
2 右図の平行四辺形ABCDにおいて，対角線の交点をOとする。

(1) 次のベクトルを1つのベクトルで表せ。

① $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$　　② $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$

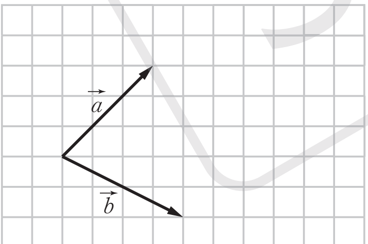
(2) $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

① $\overrightarrow{OC}$　　② $\overrightarrow{DO}$　　③ $\overrightarrow{CD}$

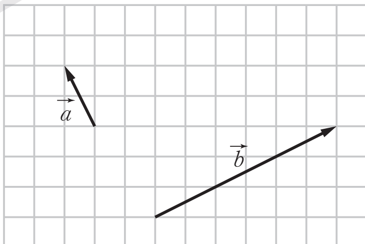


3 下図のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，次のベクトルをそれぞれ図示せよ。ただし，(3)，(4)は点Oを始点として図示せよ。

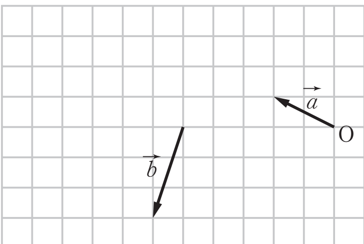
(1) $\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{a}-\vec{b}$



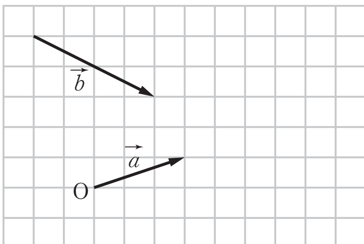
(2) $-2\vec{a}$，$\dfrac{2}{3}\vec{b}$



(3) $3\vec{a}+2\vec{b}$



(4) $2\vec{a}-\dfrac{1}{2}\vec{b}$



4 次の問いに答えよ。

(1) 次の計算をせよ。

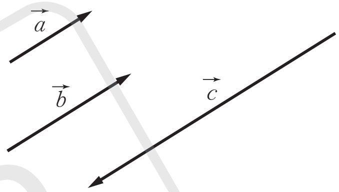
① $-\vec{a}+5\vec{b}+4\vec{a}$　　② $(2\vec{a}-3\vec{b})+4(\vec{a}+2\vec{b})$

(2) 次の等式を満たす $\vec{x}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

① $\vec{x}-2\vec{a}=\vec{a}+\vec{b}$　　② $4\vec{x}-3\vec{a}=\vec{x}-6\vec{b}$

(3) 等式 $\begin{cases} 2\vec{x}+\vec{y}=\vec{a} \\ \vec{x}-\vec{y}=\vec{a}-3\vec{b} \end{cases}$ を満たす $\vec{x}$，$\vec{y}$ を，それぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

5 右図で $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ は互いに平行で，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{c}|=6$ であるとき，次の問いに答えよ。



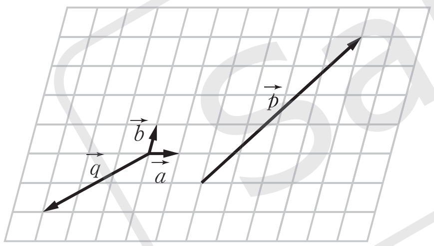
(1) $\vec{b}$，$\vec{c}$ をそれぞれ $\vec{a}$ を用いて表せ。

(2) $\vec{b}$ と平行な単位ベクトルを，$\vec{b}$ を用いて表せ。

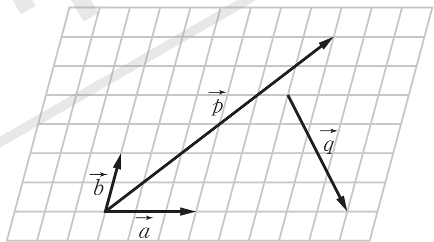
(3) $\vec{c}$ と反対の向きの単位ベクトルを，$\vec{a}$ を用いて表せ。

6 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{p}$，$\vec{q}$ が下図のように与えられているとき，$\vec{p}$，$\vec{q}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1)



(2)



7 右図の正六角形ABCDEFにおいて，対角線の交点をOとする。$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1) $\overrightarrow{AO}$　　(2) $\overrightarrow{BE}$

(3) $\overrightarrow{AC}$　　(4) $\overrightarrow{CE}$