# 高校新演習　数学Ⅱ

## 目　次


ウォーミングアップ１ …… 2
第 1 講　式と証明⑴ …… 3
第 2 講　式と証明⑵ …… 14
第 3 講　複素数と方程式⑴ …… 24
第 4 講　複素数と方程式⑵ …… 34
第 5 講　複素数と方程式⑶ …… 46
ウォーミングアップ２ …… 56
第 6 講　図形と方程式⑴ …… 57
第 7 講　図形と方程式⑵ …… 68
第 8 講　図形と方程式⑶ …… 78
第 9 講　図形と方程式⑷ …… 87
ウォーミングアップ３ …… 98
第10講　三角関数⑴ …… 99
第11講　三角関数⑵ …… 110
第12講　三角関数⑶ …… 120
第13講　三角関数⑷ …… 129
第14講　指数・対数関数⑴ …… 140
第15講　指数・対数関数⑵ …… 150
第16講　指数・対数関数⑶ …… 161
ウォーミングアップ４ …… 170
第17講　微分⑴ …… 171
第18講　微分⑵ …… 179
第19講　微分⑶ …… 188
第20講　積分⑴ …… 196
第21講　積分⑵ …… 205
第22講　微積分の総合問題⑴ …… 214
第23講　微積分の総合問題⑵ …… 224

BASIC

# 第1講 >>> 式と証明(1)

## 学習のポイント

### 1 3次式の展開

3次式の展開については次の公式を使う。

$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ ……Ⓐ

$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$ ……Ⓑ

$(a+b)^3=a^3+$ ❶ $a^2b+$ ❷ $ab^2+b^3$ ……Ⓒ

$(a-b)^3=a^3-$ ❸ $a^2b+$ ❹ $ab^2-b^3$

### 2 3次式の因数分解

1の公式Ⓐ・Ⓑの左辺と右辺を逆にすると，因数分解の公式になる。

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$　　$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

この公式を使うと，次のように因数分解ができる。

$a^3+8=a^3+2^3=(a+2)\left(a^2-\right.$ ❺ $\left.+4\right)$

$27x^3-y^3=\left(\right.$ ❻ $\left.\right)^3-y^3=\left(\right.$ ❻ $\left.-y\right)\left(\right.$ ❼ $+$ ❽ $\left.xy+y^2\right)$

### 3 二項定理

$(a+b)^n=(a+b)(a+b)\cdots(a+b)$　　（$n$ 個の $(a+b)$ の積）

を展開したときに現れる項は，それぞれの因数から $a$ と $b$ のいずれかを取ってかけ合わせたものになる。

因数は全部で $n$ 個あるから，$b$ を $r$ 個取ったら，$a$ は $n-r$ 個取ることになる。

これらの積は ❾ となるが，このような項は，$n$ 個の因数から $b$ を取り出す $r$ 個の因数を選ぶ選び方の個数だけある。

したがって，❾ の係数は ❿ となる。

ここで，$r$ の値は ⓫ から ⓬ までの整数値である。

すなわち，$(a+b)^n$ の展開式は，次のようになる。

$(a+b)^n={}_n\mathrm{C}_0a^n+{}_n\mathrm{C}_1a^{n-1}b+\cdots+{}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}ab^{n-1}+{}_n\mathrm{C}_nb^n$

これを二項定理という。

${}_n\mathrm{C}_ra^{n-r}b^r$ を一般項，各項の係数の ${}_n\mathrm{C}_0$，${}_n\mathrm{C}_1$，…，${}_n\mathrm{C}_r$，…，${}_n\mathrm{C}_n$ を二項係数という。

### 4 二項定理の応用

二項定理の式で，$a=1$，$b=x$ とした式

$(1+x)^n={}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1x+\cdots+{}_n\mathrm{C}_rx^r+\cdots+{}_n\mathrm{C}_{n-1}x^{n-1}+{}_n\mathrm{C}_nx^n$

において，$x$ にいろいろな値を代入すると二項係数の間に成り立つ関係式が得られる。

例　$x=1$ とおくと，${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+\cdots+{}_n\mathrm{C}_r+\cdots+{}_n\mathrm{C}_n=$ ⓭

$x=-1$ とおくと，${}_n\mathrm{C}_0-{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2-{}_n\mathrm{C}_3+\cdots+(-1)^n{}_n\mathrm{C}_n=$ ⓮

**3次式の展開**

公式Ⓒは

$(a+b)^3$

$=(a+b)^2(a+b)$

$=(a^2+2ab+b^2)(a+b)$

を展開・整理して導く。

**多項式の展開の意味**

$(a+b)(c+d)(e+f)$

のような形の式を展開した式は

$a$，$b$ のうちの片方
$c$，$d$ のうちの片方
$e$，$f$ のうちの片方

をかけ合わせたものを，すべての取り方にわたって加えたもの。

**point**

**パスカルの三角形**

1
1　1　　$n=1$
1　2　1　　$n=2$
1　3　3　1　　$n=3$
1　4　6　4　1　　$n=4$

上図で各段の両端は1，その他は，左上と右上の数の和になっている。

この図をパスカルの三角形といい，各段には二項係数が並んでいる。

**解答**　❶ 3　❷ 3　❸ 3　❹ 3　❺ $2a$　❻ $3x$　❼ $9x^2$　❽ 3　❾ $a^{n-r}b^r$　❿ ${}_n\mathrm{C}_r$　⓫ 0　⓬ $n$　⓭ $2^n$　⓮ 0

## 5 整式の割り算の関係式

2つの整式$A(x)$，$B(x)$について，

$A(x)$を$B(x)$で割ったときの商が$Q(x)$，余りが$R(x)$であるとき，

$A(x)=B(x)$ ❶［　　］＋❷［　　］　（$R(x)$の次数）＜（$B(x)$の次数）

が成り立つ。

**整数の割り算**

正の整数$a$を正の整数$b$で割ったときの商が$q$，余りが$r$のとき，

$a=bq+r$　$(0 \leqq r<b)$

が成り立つ。

整式の割り算についての関係式も，これとの関連で覚えておくとよい。

## 6 整式の割り算の計算法

整式$A(x)$を$B(x)$で割ったときの商と余りを求める手順は，

(1)　$A(x)$の最高次の項$ax^n$を$B(x)$の最高次の項$bx^m$で割って，

$r(x)=$ ❸［　　］ を求める。

(2)　$A(x)-B(x)r(x)$を求める。

(3)　(2)の式の最高次の項と$B(x)$の最高次の項から，(1)，(2)のように計算し，余りが$B(x)$より次数が低くなるまでくり返す。

例　$A(x)=x^3+x^2-7x+1$ を $B(x)=x+3$ で割ると

$$
\begin{array}{r}
x^2-2x-1 \\
x+3\,\overline{)\,x^3+x^2-7x+1} \\
❹\boxed{\quad\quad} \\
\hline
-2x^2-7x \\
❺\boxed{\quad\quad} \\
\hline
-x+1 \\
-x-3 \\
\hline
❻\boxed{\quad}
\end{array}
$$

この計算から，商は❼［　　］，余りは❽［　　］である。

例　$A(x)=6x^3-5x^2+7x+1$ を $B(x)=3x^2-x+2$ で割ると

$$
\begin{array}{r}
2x-1 \\
3x^2-x+2\,\overline{)\,6x^3-5x^2+7x+1} \\
6x^3-2x^2+4x \\
\hline
❾\boxed{\quad\quad}+1 \\
-3x^2+x-2 \\
\hline
❿\boxed{\quad\quad}
\end{array}
$$

この計算から，商は⓫［　　］，余りは⓬［　　］である。

**降べきの順に整理**

整式の割り算では，割る式も割られる式も必ず降べきの順に整理しておく。

また，$x^3+x+1$のようなときは，$x^2$の項の場所を空けておく。

**係数を取り出した計算**

式全体を書かずに係数のみを取り出して計算してもよい。

左の1つ目の例では，

$$
\begin{array}{r}
1\ \ -2\ \ -1 \\
1\ \ 3\,\overline{)\,1\ \ \ 1\ \ -7\ \ \ 1} \\
1\ \ \ 3\quad\quad\quad \\
\hline
-2\ \ -7\quad \\
-2\ \ -6\quad \\
\hline
-1\ \ \ 1 \\
-1\ \ -3 \\
\hline
4
\end{array}
$$

のようになる。

解答　❶ $Q(x)$　❷ $R(x)$　❸ $\frac{a}{b}x^{n-m}$　❹ $x^3+3x^2$　❺ $-2x^2-6x$　❻ 4　❼ $x^2-2x-1$　❽ 4
❾ $-3x^2+3x$　❿ $2x+3$　⓫ $2x-1$　⓬ $2x+3$

## 7 分数式

2つの整式$A$，$B$を用いて$\dfrac{A}{B}$と表される式を，分数式という。
ただし，$B\neq 0$とする。

$A$が$B$で割り切れる場合（$B$が定数である場合も含まれる）には，
$\dfrac{A}{B}$は $\boxed{\text{❶}\quad}$ となる。

$\dfrac{A}{B}$について，$A$を $\boxed{\text{❷}\quad}$，$B$を $\boxed{\text{❸}\quad}$ という。

整式と分数式をまとめて，$\boxed{\text{❹}\quad}$ という。

## 8 約分と通分

分数式は，分母と分子の両方に0以外の同じ式をかけたり割ったりして変形することができる。

分母と分子が同じ因数を含めば，その因数で割って簡単にできる。

この操作を $\boxed{\text{❺}\quad}$ という。

これ以上約分できない分数式を $\boxed{\text{❻}\quad}$ 分数式という。

分母の異なる2つ以上の分数式があるとき，それぞれの分母と分子に同じ式をかけて分母をそろえることができる。

この操作を $\boxed{\text{❼}\quad}$ という。

**通分のときの共通分母**

通分の操作では共通の分母の次数ができるだけ低くなるようにする。

そのためには，あらかじめそれぞれの分母を因数分解しておく。

例
$$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2-1}$$
$$=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{(x+1)(x-1)}$$
$$=\frac{x+1-1}{(x+1)(x-1)}$$
$$=\frac{x}{(x+1)(x-1)}$$

この計算を，
$$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2-1}$$
$$=\frac{(x^2-1)-(x-1)}{(x-1)(x^2-1)}$$
のようにするのは誤りではないが，繁雑になりミスをしやすくなる。

## 9 分数式の計算

分数式の加減は，通分してから計算し，結果が約分できるときは約分をして既約分数式にしておく。

乗法は，それぞれの分母と分子を因数分解し，約分できるときは約分する。

除法は，割る式の分母と分子を入れかえたものをかける。

例
$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}=\frac{\boxed{\text{❽}\quad}}{x(x+1)}+\frac{\boxed{\text{❾}\quad}}{x(x+1)}=\boxed{\text{❿}\qquad}$$

$$\frac{x^2-x-2}{x^2+x}\times\frac{x^2}{x-2}=\frac{(x+1)\left(\boxed{\text{⓫}\quad}\right)}{x\left(\boxed{\text{⓬}\quad}\right)}\times\frac{x^2}{x-2}=\boxed{\text{⓭}\quad}$$

$$\frac{a^2-4}{a^2+4a+4}\div\frac{a-2}{a+2}=\frac{(a-2)\left(\boxed{\text{⓮}\quad}\right)}{\left(\boxed{\text{⓯}\quad}\right)^2}\times\frac{\boxed{\text{⓰}\quad}}{\boxed{\text{⓱}\quad}}=\boxed{\text{⓲}\quad}$$

**解答**
❶ 整式　❷ 分子　❸ 分母　❹ 有理式　❺ 約分　❻ 既約　❼ 通分　❽ $x+1$　❾ $x$
❿ $\dfrac{2x+1}{x(x+1)}$　⓫ $x-2$　⓬ $x+1$　⓭ $x$　⓮ $a+2$　⓯ $a+2$　⓰ $a+2$　⓱ $a-2$　⓲ $1$

### ターゲット1

次の式を展開せよ。

(1) $(a+1)(a^2-a+1)$　　(2) $(x-2)(x^2+2x+4)$

(3) $(3x+2y)^3$　　(4) $(a-2b)^3$

**解答**

(1) 与式$=a^3+\boxed{\ 1\ }$　　(2) 与式$=x^3-\boxed{\ 2\ }$

(3) $(3x+2y)^3=27x^3+\boxed{\ 3\ }x^2y+\boxed{\ 4\ }xy^2+8y^3$

(4) $(a-2b)^3=a^3-\boxed{\ 5\ }a^2b+\boxed{\ 6\ }ab^2-8b^3$

**ヒント**

**ターゲット1の答**

1 1　2 8　3 54
4 36　5 6　6 12

## トレーニング

**1** 次の式を展開せよ。

□(1) $(x+2)(x^2-2x+4)$　　□(2) $(a-3)(a^2+3a+9)$

□(3) $(x-4)(x^2+4x+16)$　　□(4) $(2a+1)(4a^2-2a+1)$

□(5) $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)$　　□(6) $(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2)$

**2** 次の式を展開せよ。

□(1) $(x+2)^3$　　□(2) $(x-4)^3$

□(3) $(2x-1)^3$　　□(4) $(5a+3)^3$

□(5) $(x-2y)^3$　　□(6) $(3p+4q)^3$

### ターゲット2

次の式を因数分解せよ。

(1) $64x^3+27y^3$　　(2) $x^3-8y^3$

**解答**

(1) $64x^3+27y^3=(4x)^3+(3y)^3=(4x+3y)\left(\boxed{\ 7\ }x^2-\boxed{\ 8\ }xy+\boxed{\ 9\ }y^2\right)$

(2) $x^3-8y^3=(x)^3-(2y)^3=(x-2y)\left(x^2+\boxed{\ 10\ }xy+\boxed{\ 11\ }y^2\right)$

**ヒント**

**$a^3\pm b^3$ の因数分解**

覚えにくい公式なので，正しく理解しよう。

同符号

$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$

異符号

**ターゲット2の答**

7 16　8 12　9 9
10 2　11 4

## トレーニング

**3** 次の式を因数分解せよ。

□(1) $x^3+8$　　□(2) $a^3-27$

□(3) $m^3-125$　　□(4) $x^3+64y^3$

□(5) $8a^3-27b^3$　　□(6) $x^3y^3+z^3$

### ターゲット3

次の式を展開したときの[　]内の項の係数を求めよ。

(1)　$(2x+3)^4$　$[x^3]$　　(2)　$(x-2y)^7$　$[x^5y^2]$

**解答**

(1)　展開式の一般項は，${}_4C_r(2x)^{4-r}\cdot 3^r={}_4C_r 2^{4-r}\cdot 3^r x^{4-r}$

$x^3$ の項は　$r=$ ⑫ のときであるから，求める係数は，${}_4C_1\cdot 2^3\cdot 3=$ ⑬

(2)　展開式の一般項は，${}_7C_r x^{7-r}\cdot(-2y)^r={}_7C_r\cdot(-2)^r x^{7-r}y^r$

$x^5y^2$ の項は　$r=$ ⑭ のときであるから，求める係数は，${}_7C_2\cdot(-2)^2=$ ⑮

**ヒント**

$(x-2y)^7=\{x+(-2y)\}^7$ とみなす。

**ターゲット3の答**

⑫ 1　⑬ 96　⑭ 2
⑮ 84

## トレーニング

**4**　二項定理を用いて，次の式を展開せよ。

□(1)　$(a+b)^4$　　□(2)　$(x+1)^6$

□(3)　$(x-2y)^5$　　□(4)　$(3a-1)^4$

**5**　次の展開式における[　]内の項の係数を求めよ。

□(1)　$(a+b)^5$　$[a^3b^2]$　　□(2)　$(a+b)^6$　$[a^2b^4]$

□(3)　$(x+1)^8$　$[x^5]$　　□(4)　$(a-2)^5$　$[a^3]$

□(5)　$(2x+1)^4$　$[x^2]$　　□(6)　$(x-3y)^6$　$[x^4y^2]$

### ターゲット4

${}_8C_0+{}_8C_1+{}_8C_2+\cdots\cdots+{}_8C_8$ の値を求めよ。

**解答**

$(1+x)^8={}_8C_0+{}_8C_1x+{}_8C_2x^2+\cdots\cdots+{}_8C_8x^8$ において，$x=$ ⑯ とおくと

${}_8C_0+{}_8C_1+{}_8C_2+\cdots\cdots+{}_8C_8=2$ ⑰ $=$ ⑱

**ヒント**

**ターゲット4の答**

⑯ 1　⑰ 8　⑱ 256

## トレーニング

**6**　展開式 $(1+x)^n={}_nC_0+{}_nC_1x+{}_nC_2x^2+\cdots+{}_nC_nx^n$ を用いて，次の値を求めよ。

□(1)　${}_5C_0+{}_5C_1+{}_5C_2+{}_5C_3+{}_5C_4+{}_5C_5$

□(2)　${}_7C_0+{}_7C_1+{}_7C_2+{}_7C_3+{}_7C_4+{}_7C_5+{}_7C_6+{}_7C_7$

□(3)　${}_4C_0-{}_4C_1+{}_4C_2-{}_4C_3+{}_4C_4$

□(4)　${}_6C_0-{}_6C_1+{}_6C_2-{}_6C_3+{}_6C_4-{}_6C_5+{}_6C_6$

## ターゲット5

次の整式$A$を整式$B$で割ったときの商と余りを求めよ。

(1) $A=2-x+3x^2$, $B=-2+x$　　(2) $A=2x^3-x+1$, $B=x^2-x-2$

**解答**

(1) 右の計算により，

商は ③

余りは ④

$$
\begin{array}{r}
3x+\boxed{①} \\
x-2\,\overline{)\,3x^2 - x+2} \\
3x^2 - 6x \\
\hline
\boxed{①}x+2 \\
\boxed{①}x-10 \\
\hline
\boxed{②}
\end{array}
$$

(2) 右の計算により，

商は ⑧

余りは ⑨

$$
\begin{array}{r}
2x+\boxed{⑤} \\
x^2-x-2\,\overline{)\,2x^3 \quad - x+1} \\
2x^3-2x^2-4x \\
\hline
2x^2+3x+1 \\
\boxed{⑥} \\
\hline
\boxed{⑦}
\end{array}
$$

## ヒント

**降べきの順に整理**

整式の割り算では，必ず降べきの順に整理してから計算する。

(2)のように，$x^2$の項が抜けているときはその場所を空けておく。

**ターゲット5の答**

① 5　② 12
③ $3x+5$　④ 12
⑤ 2　⑥ $2x^2-2x-4$
⑦ $5x+5$　⑧ $2x+2$
⑨ $5x+5$

## トレーニング

**7** 次の計算をせよ。

□(1) $x^2 \div x$　　□(2) $6x^2 \div 2x$

□(3) $8x^3 \div 4x$　　□(4) $(-10x^3) \div 5x^2$

**8** 次の整式$A$を整式$B$で割ったときの商と余りを求めよ。

□(1) $A=x^2+x-2$, $B=x+1$　　□(2) $A=3x^2-4x-10$, $B=x-3$

□(3) $A=2x^2-5x+4$, $B=2x+1$　　□(4) $A=x^3-2x^2-5x+1$, $B=x-4$

□(5) $A=2x^3+x^2+3x-4$, $B=2x+3$　　□(6) $A=6x^3-x^2-8$, $B=3x-5$

**9** 次の整式$A$を整式$B$で割ったときの商と余りを求めよ。

□(1) $A=x^3+2x^2+x+4$, $B=x^2+x+2$　　□(2) $A=x^3-5x+6$, $B=x^2-x+3$

□(3) $A=2x^3-x^2+4x-7$, $B=x^2+3x-5$　　□(4) $A=6x^3+x-10$, $B=x^2+1$

□(5) $A=3x^3-2x^2-5x+1$, $B=x^2+x-4$　　□(6) $A=4x^3+8x^2-7x+5$, $B=2x^2-x+1$

## ターゲット6

次の問いに答えよ。

(1) 整式$A$を $x^2+2x-3$ で割ったときの商が $2x+1$，余りが $2x-1$ である。このとき，整式$A$を求めよ。

(2) $A=6x^3-x^2+4x+1$ を整式$B$で割ったときの商が $3x+1$，余りが$2x$である。このとき，整式$B$を求めよ。

**解答**

(1) $A=(x^2+2x-3)\left(\boxed{10}\right)+\boxed{11}$

$=\boxed{12}x^3+\boxed{13}x^2-\boxed{14}x-\boxed{15}$

(2) $6x^3-x^2+4x+1=B(3x+1)+\boxed{16}$ より，

$B(3x+1)=6x^3-x^2+\boxed{17}x+1$

右辺を $3x+1$ で割って，$B=\boxed{18}$

$$
\begin{array}{r}
2x^2-\ x+1 \\
3x+1\,\overline{)\,6x^3-\ x^2+2x+1} \\
\underline{6x^3+2x^2\qquad\qquad} \\
-3x^2+2x\qquad \\
\underline{-3x^2-\ x\qquad} \\
3x+1 \\
\underline{3x+1} \\
0
\end{array}
$$

### ヒント

**整式の割り算の関係式**

整式$A$を整式$B$で割ったときの商が$Q$，余りが$R$のとき，

$A=BQ+R$

($R$の次数)<($B$の次数)

が成り立つ。

**ターゲット6の答**

10 $2x+1$ 11 $2x-1$

12 2 13 5 14 2

15 4 16 $2x$ 17 2

18 $2x^2-x+1$

## トレーニング

**10** 次の整式$A$を整式$B$で割ったときの商を$Q$，余りを$R$として，$A=BQ+R$の形で表せ。

□(1) $A=x^2+5x+3$，$B=x+2$

□(2) $A=6x^2+x-4$，$B=3x-1$

□(3) $A=x^3-x^2+2x+3$，$B=x^2-x+1$

□(4) $A=x^3+5x-6$，$B=x^2+2x-3$

**11** 次のような整式$A$を求めよ。

□(1) 整式 $A$ を $x+2$ で割ると，商が $2x-1$，余りが 3 である。

□(2) 整式 $A$ を $x-3$ で割ると，商が $x+5$，余りが$-4$ である。

□(3) 整式 $A$ を $x^2-x+1$ で割ると，商が $x+2$，余りが $x-1$ である。

□(4) 整式 $A$ を $x^2+2x-4$ で割ると，商が $2x-1$，余りが $3x-5$ である。

**12** 次の問いに答えよ。

□(1) 整式$A=x^3-5x+12$ を整式$B$で割ると，商が$x+3$で割り切れた。整式$B$を求めよ。

□(2) 整式$A=3x^3+x^2+4x-4$ を整式$B$で割ると，商が$x^2+x+2$で割り切れた。整式$B$を求めよ。

□(3) 整式$A=x^3-4x^2+3x-2$ を整式$B$で割ると，商が$x-3$，余りが $2x-8$ である。整式$B$を求めよ。

□(4) 整式$A=2x^3+7x^2-x-5$ を整式$B$で割ると，商が$x^2+x-3$，余りが 10 である。整式$B$を求めよ。

## ターゲット7

次の式を簡単にせよ。

(1) $\dfrac{9ab^3c}{6a^3bc^5}$　(2) $\dfrac{x+1}{x^2-1}$　(3) $\dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}$

**解答**

(1) $\dfrac{9ab^3c}{6a^3bc^5}=\boxed{1}$

(2) $\dfrac{x+1}{x^2-1}=\dfrac{x+1}{(x+1)\left(\boxed{2}\right)}=\boxed{3}$

(3) $\dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}=\dfrac{(x+1)\left(\boxed{4}\right)}{(x+1)\left(\boxed{5}\right)}=\boxed{6}$

### ヒント

**因数分解の公式**

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$x^2+(a+b)x+ab$
$=(x+a)(x+b)$

$a^3+b^3$
$=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$a^3-b^3$
$=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

**ターゲット7の答**

1 $\dfrac{3b^2}{2a^2c^4}$　2 $x-1$

3 $\dfrac{1}{x-1}$　4 $x-2$

5 $x^2-x+1$

6 $\dfrac{x-2}{x^2-x+1}$

## トレーニング

**13** 次の分数式を約分せよ。

□(1) $\dfrac{18a^5}{9a^3}$　□(2) $\dfrac{6x^2y}{2xy}$

□(3) $\dfrac{14abx}{12ax^2}$　□(4) $\dfrac{12x^4y}{18x^3y^2}$

**14** 次の分数式を約分せよ。

□(1) $\dfrac{3x}{x^2+2x}$　□(2) $\dfrac{x+1}{x^2-1}$

□(3) $\dfrac{x^2+x-2}{x+2}$　□(4) $\dfrac{x^2+2x-3}{x^2+5x+6}$

□(5) $\dfrac{4x^2-9}{2x^2+x-3}$　□(6) $\dfrac{x^2-4}{x^3+8}$

## ターゲット8

次の式を計算せよ。

(1) $\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{3x+5}{x+1}$　　(2) $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}$

(3) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-2}$　　(4) $\dfrac{1}{x(x-1)}+\dfrac{1}{x(x+1)}$

(5) $\dfrac{x^2+2x}{x^2-1}\times\dfrac{x+1}{x+2}$　　(6) $\dfrac{x^3-y^3}{x^2-y^2}\div\dfrac{x^2+xy+y^2}{x+y}$

**解答**

(1) $\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{3x+5}{x+1}=\dfrac{\boxed{7}\,x+\boxed{8}}{x+1}=\boxed{9}$

(2) $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{x+1-\boxed{10}}{x(x+1)}=\boxed{11}$

(3) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{x-2+\boxed{12}}{(x+1)(x-2)}=\boxed{13}$

(4) $\dfrac{1}{x(x-1)}+\dfrac{1}{x(x+1)}=\dfrac{x+1+\boxed{14}}{x(x-1)(x+1)}=\dfrac{\boxed{15}}{x(x-1)(x+1)}=\boxed{16}$

(5) $\dfrac{x^2+2x}{x^2-1}\times\dfrac{x+1}{x+2}=\dfrac{x\left(\boxed{17}\right)}{(x+1)\left(\boxed{18}\right)}\times\dfrac{x+1}{x+2}=\boxed{19}$

(6) $\dfrac{x^3-y^3}{x^2-y^2}\div\dfrac{x^2+xy+y^2}{x+y}=\dfrac{(x-y)\left(\boxed{20}\right)}{(x+y)\left(\boxed{21}\right)}\times\dfrac{\boxed{22}}{\boxed{23}}=\boxed{24}$

### ヒント

**結果は既約分数式に**

どんな問題でも，結果はできるだけ簡単な形にしておくのが原則。

分数式の加減の場合は，通分の計算の結果が約分できる形になることがよくある。そのときは，約分をして既約分数式に直しておく必要がある。

**ターゲット8の答**

7 $4$　8 $4$　9 $4$

10 $x$　11 $\dfrac{1}{x(x+1)}$

12 $x+1$

13 $\dfrac{2x-1}{(x+1)(x-2)}$

14 $x-1$　15 $2x$

16 $\dfrac{2}{(x-1)(x+1)}$

17 $x+2$　18 $x-1$

19 $\dfrac{x}{x-1}$

20 $x^2+xy+y^2$　21 $x-y$

22 $x+y$　23 $x^2+xy+y^2$

24 $1$



## トレーニング

**15** 次の計算をせよ。

□(1) $\dfrac{x+1}{x-2}+\dfrac{2x-7}{x-2}$　　□(2) $\dfrac{x^2-3}{x+1}-\dfrac{2x}{x+1}$

□(3) $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+2}$　　□(4) $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{2}{x+3}$

□(5) $\dfrac{1}{x(x-2)}+\dfrac{1}{x(x+3)}$　　□(6) $\dfrac{x+5}{x^2-1}-\dfrac{2}{x^2+x}$

**16** 次の計算をせよ。

□(1) $\dfrac{x}{x+1}\times\dfrac{x+1}{x^2-2x}$　　□(2) $\dfrac{x^2-1}{x^2-4}\times\dfrac{x-2}{x+1}$

□(3) $\dfrac{x^2-4x+3}{x+2}\times\dfrac{x^2-4}{x^2-2x+1}$　　□(4) $\dfrac{x+1}{x-3}\times\dfrac{x^2-3x}{x^2-x-2}$

□(5) $\dfrac{x-1}{x+4}\div\dfrac{x^2+2x-3}{x^2+5x+4}$　　□(6) $\dfrac{x^2-x-2}{x^2+5x+6}\div\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}$

# まとめの問題

**1** 次の式を展開せよ。

(1) $(a+3)(a^2-3a+9)$　　(2) $(x-5)(x^2+5x+25)$

(3) $(x+4)^3$　　(4) $(a-2)^3$

(5) $(2x-y)^3$　　(6) $(x+5y)^3$

**2** 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3+1$　　(2) $8a^3-1$

(3) $m^3-64$　　(4) $27a^3+b^3$

(5) $x^3+125y^3$　　(6) $64x^3-27y^3$

**3** 二項定理を用いて，次の式を展開せよ。

(1) $(a+b)^5$　　(2) $(x+1)^7$

(3) $(2x-y)^6$　　(4) $(3a+2b)^4$

**4** 次の問いに答えよ。

(1) 次の展開式における［　］内の項の係数を求めよ。

① $(a+b)^6$　$[a^3b^3]$　　② $(x-2)^7$　$[x^5]$

(2) 次の値を求めよ。

① ${}_9C_0+{}_9C_1+{}_9C_2+\cdots+{}_9C_9$

② ${}_5C_0-{}_5C_1+{}_5C_2-{}_5C_3+{}_5C_4-{}_5C_5$

**5** 次の整式$A$を整式$B$で割ったときの商と余りを求めよ。

(1) $A=6x^2-5x+1$，$B=3x-4$

(2) $A=x^3-4x^2+3x+7$，$B=x^2+x-2$

**6** 次の問いに答えよ。

(1) 整式$A$を$x^2-3x+1$で割ると，商が$2x-5$，余りが7である。整式$A$を求めよ。

(2) 整式$x^3+x^2-x+7$を整式$B$で割ると，商が$x^2-2x+4$，余りが$x-5$である。整式$B$を求めよ。



**7** 次の分数式を約分せよ。

(1) $\dfrac{14a^3b^4}{7ab^3}$

(2) $\dfrac{x^2-9}{x^2-x-12}$

**8** 次の計算をせよ。

(1) $\dfrac{2x}{x+1}+\dfrac{x+3}{x+1}$

(2) $\dfrac{x^2}{x-2}-\dfrac{x+2}{x-2}$

(3) $\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x+5}$

(4) $\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{x-4}{x^2+x-2}$

(5) $\dfrac{x-1}{x+4}\times\dfrac{x^2-16}{x^2+4x-5}$

(6) $\dfrac{x^2-2x}{x^2-9}\div\dfrac{x^2+2x-8}{x^2-2x-3}$