

## 目次

第 1 講	数と式・方程式と不等式	2
第 2 講	関数と方程式・不等式	5
第 3 講	平面図形と空間図形	8
第 4 講	図形と方程式	11
第 5 講	三角比と三角関数	14
第 6 講	指数・対数	17
第 7 講	ベクトル(1)	20
第 8 講	ベクトル(2)	23
第 9 講	数列(1)	26
第 10 講	数列(2)	29
第 11 講	場合の数と確率(1)	32
第 12 講	場合の数と確率(2)	35
第 13 講	整数	38
第 14 講	極限(1)	41
第 15 講	極限(2)	44
第 16 講	微分法とその応用(1)	47
第 17 講	微分法とその応用(2)	50
第 18 講	微分法とその応用(3)	53
第 19 講	積分法とその応用(1)	56
第 20 講	積分法とその応用(2)	59
第 21 講	積分法とその応用(3)	62
第 22 講	微積分総合	65
第 23 講	複素数平面(1)	68
第 24 講	複素数平面(2)	71
第 25 講	2次曲線	74
第 26 講	図形総合問題 (軌跡と領域)	77
	重要事項のまとめ	80

## 第1講 >>> 数と式・方程式と不等式

### 入試基礎演習

1 次の式を因数分解せよ。

(1)  $x^2 - 2y^2 - xy - 2x + 7y - 3$

〈札幌大〉

(2)  $(x-3)(x-1)(x+3)(x+5) + 35$

〈松山大〉

(3)  $x^4 + 3x^2 + 4$

〈名古屋経済大〉

2  $\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7} \neq 0$  のとき,  $\frac{2x^3+3y^3+z^3}{(x-y)(y-z)(z-x)}$  の値を求めよ。

〈神奈川大〉

3 方程式  $x^2+x+1=0$  の解の1つを  $\omega$  とする。

〈岐阜経済大〉

(1)  $\omega^3=1$  であることを示せ。

(2)  $\omega^{10} + \omega^5 + 3$  の値を求めよ。

(3)  $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \dots + \omega^{30}$  の値を求めよ。

4  $a, b$  は定数で,  $x$  についての整式  $x^3+ax+b$  は  $(x+1)^2$  で割り切れるとする。このとき,  $a = \square$ ,  $b = \square$  である。

〈早稲田大〉

5 次の問いに答えよ。

(1)  $\frac{-2x^2+6}{x^3-x^2-x+1} = \frac{a}{x+1} - \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$  が  $x$  についての恒等式となるように定数  $a, b, c$  の値を定めよ。

〈広島経済大〉

(2)  $a-b=1$  を満たす  $a, b$  に対して, 常に等式  $(a-2)x+b^2y+az=b-3$  が成り立つとき,  $x, y, z$  の値を求めよ。

〈芝浦工業大〉

6 次の問いに答えよ。

(1)  $x > 0$  のとき,  $1 < \sqrt{1+x} < 1+x$  が成り立つことを証明せよ。

〈群馬大〉

(2)  $a:b=2:3, b:c=2:3$  であるとき,  $a^2+bc+\frac{9}{b^2}+\frac{9}{ac}$  の最小値を求めよ。

〈北海道薬科大〉

# 入試問題演習

## STEP 1

1  $x^2 - xy - 2y^2 + ax - y + 1$  が1次式の積に因数分解されるように、定数  $a$  の値を求めよ。 〈東京電機大〉

2 次の問いに答えよ。

(1) 整式  $x^{15} - 8$  を  $x^2 - 1$  で割ったときの余りを求めよ。 〈摂南大〉

(2) 整式  $x^{15} + 1$  を  $x^2 + x + 1$  で割ったときの余りを求めよ。 〈立教大〉

3 多項式  $(x^{100} + 1)^{100} + (x^2 + 1)^{100} + 1$  は多項式  $x^2 + x + 1$  で割り切れるか。 〈京都大〉

4 整式  $f(x)$  について、恒等式  $f(x^2) = x^3 f(x+1) - 2x^4 + 2x^2$  が成り立つとする。 〈東京都立大〉

(1)  $f(0)$ ,  $f(1)$ ,  $f(2)$  の値を求めよ。

(2)  $f(x)$  の次数を求めよ。

(3)  $f(x)$  を決定せよ。

5 次の問いに答えよ。

(1) 実数  $a$ ,  $b$  は、 $0 < a < b$  を満たすとする。次の3つの数の大小関係を求めよ。 〈九州大〉

$$\frac{a+2b}{3}, \quad \sqrt{ab}, \quad \sqrt[3]{\frac{b(a^2+ab+b^2)}{3}}$$

(2)  $x < 1$  のとき、 $x$  の関数  $y = x + \frac{1}{x-1}$  の最大値を求めよ。また、そのときの  $x$  の値を求めよ。 〈関西大〉

(3)  $x$ ,  $y$ ,  $z$  が条件  $x + 2y + 3z = 1$  を満たすならば、 $x^2 + 4y^2 + 9z^2$  は  $x = \boxed{\text{ア}}$ ,  $y = \boxed{\text{イ}}$ ,  $z = \boxed{\text{ウ}}$  のとき、  
最小値  $\boxed{\text{エ}}$  をとる。 〈慶應義塾大〉

## STEP 2

1  $a = \frac{1}{1+\sqrt{3}+\sqrt{5}}, b = \frac{1}{1-\sqrt{3}+\sqrt{5}}, c = \frac{1}{1+\sqrt{3}-\sqrt{5}}, d = \frac{1}{1-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$  とおく。

〈東京理科大〉

- (1)  $abcd = \square$  である。
- (2)  $abc, abd, acd, bcd$  の最小値は  $\square$  である。
- (3)  $ab+cd, ac+bd, ad+bc$  の最小値は  $\square$  である。
- (4)  $a+b, a+c, a+d, b+c, b+d, c+d$  の最小値は  $\square$  である。
- (5)  $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) = \square x^4 - \square x^3 + \square x^2 + \square x - 1$  である。

2  $a+b+c \neq 0, abc \neq 0$  を満たす実数  $a, b, c$  が

(A)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$

を満たしている。このとき、任意の奇数  $n$  に対し

(B)  $\frac{1}{a^n} + \frac{1}{b^n} + \frac{1}{c^n} = \frac{1}{(a+b+c)^n}$

が成立することを示せ。

〈早稲田大〉

3 整数を係数とする  $x$  の整式  $A$  を、 $x^3+x^2+x+1$  で割ると余りは  $-3x^2-x+2$  であり、 $x^2+2x+3$  で割ると余りは  $5x+3$  であるという。このような  $A$  の中で、次数が最小のものを求めよ。

〈上智大〉

4  $a$  は 0 とは異なる実数とし、 $f(x) = ax(1-x)$  とおく。

〈一橋大〉

- (1)  $f(f(x)) - x$  は、 $f(x) - x$  で割り切れることを示せ。
- (2)  $f(p) = q, f(q) = p$  を満たす異なる実数  $p, q$  が存在するような  $a$  の範囲を求めよ。

5  $x > 0, y > 0, \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 1$  のとき、 $\sqrt{x+y}$  の最小値を求めよ。

〈大阪経済大〉