

## 目 次

第 1 講	整式(1)	2
第 2 講	整式(2)	7
第 3 講	実数	12
第 4 講	1次不等式	17
第 5 講	集合	22
第 6 講	論理	27
第 7 講	2次関数	32
第 8 講	2次関数の応用(1)	37
第 9 講	2次関数の応用(2)	42
第 10 講	2次関数の応用(3)	47
第 11 講	三角比	52
第 12 講	三角比の応用(1)	57
第 13 講	三角比の応用(2)	62
第 14 講	三角比の応用(3)	67
★	データの分析	72

## 第1講 >>> 整式 (1)

### 基本事項

#### ① 整式の整理

含まれている文字が同じ項を同類項という。まず同類項をまとめる。

整式を特定の文字に着目して整理するときは、次数に注意して降べきの順か昇べきの順に並べる。

#### ② 整式の加法・減法

整式  $A, B$  の加法は  $A+B$  の同類項をまとめる。

整式  $A, B$  の減法は  $A$  に  $B$  の各項の符号を変えた式を加える。 $A-B=A+(-B)$  である。

#### ③ 指数法則

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad (a^m)^n = a^{mn} \quad (ab)^n = a^n b^n \quad (m, n \text{ は正の整数})$$

単項式の乗法の際に利用する。

#### ④ 整式の乗法

分配法則  $A(B+C)=AB+AC$ ,  $(A+B)C=AC+BC$  を繰り返し用いて展開する。

このとき、指数法則を使って計算し、最後は整式を整理する。

#### ⑤ 乗法公式

整式の展開の計算では、次の公式を覚えておくとよい。

$$(1) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (b \rightarrow -b \text{ とすると}) \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2) (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(3) (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad ((4) \text{ で } a=c=1 \text{ の場合})$$

$$(4) (ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

$$(5) (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

#### ⑥ 覚えておくと便利な等式

$$(1) (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(2) (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

$$(3) (a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

### 例題 ① ::

次の整式を [ ] 内で与えられた文字について降べきの順に整理せよ。

$$x^3y + 4xy - 6 - 2xy^2 \quad [x, y], [x], [y]$$

#### :: 解答

$[x, y]$  について 与式  $= x^3y - 2xy^2 + 4xy - 6$

$[x]$  について 与式  $= yx^3 + (-2y^2 + 4y)x - 6$

$[y]$  について 与式  $= -2xy^2 + (x^3 + 4x)y - 6$

### 正解へのアクセス

次数についての確認を十分しておく。 $[x, y]$  については、 $x^3y$  は 4 次式、 $xy^2$  は 3 次式である。降べきの順とは、次数の高いものから順に並べていくことである。

### 類題 ① ::

次の整式を [ ] 内で与えられた文字について降べきの順に整理せよ。

$$2x^4y^3 - 6x^3y^2 + 10xy^5 \quad [x, y], [x], [y]$$

### 例題 2

$$A=1+2x^3-4x^2, B=5-2x^2+3x^3+6x$$

について、 $4A-2B-2(A-3B)$  を計算せよ。

#### 解答

$$4A-2B-2(A-3B)=4A-2B-2A+6B=2A+4B \text{ であるから}$$

$$\begin{aligned} 2A+4B &= 2(1+2x^3-4x^2)+4(5-2x^2+3x^3+6x) = 2+4x^3-8x^2+20-8x^2+12x^3+24x \\ &= (4+12)x^3+(-8-8)x^2+24x+(2+20) = 16x^3-16x^2+24x+22 \end{aligned}$$

### 正解へのアクセス

いきなり代入するのではなく、 $A, B$ の式を整理して簡単にしてから、 $A$ と $B$ に代入していく。

### 類題 2

$$A=1-2x^2-3x^3, B=-2+3x^3-x+4x^2$$

について、 $3A-7B-3(2A-3B)$  を計算せよ。

### 例題 3

次の式を展開せよ。

$$(1) 30a^2b^3\left(\frac{a^2}{15}-\frac{ab}{5}+\frac{b^2}{3}\right)$$

$$(2) (4x^2-5x+3)(2x^2-x+3)$$

#### 解答

$$\begin{aligned} (1) \text{ 与式} &= 30a^2b^3 \cdot \frac{a^2}{15} - 30a^2b^3 \cdot \frac{ab}{5} + 30a^2b^3 \cdot \frac{b^2}{3} \\ &= 2a^4b^3 - 6a^3b^4 + 10a^2b^5 \end{aligned}$$

(2) 縦書きで計算すると

$$\begin{array}{r} 4x^2-5x+3 \\ \times \quad 2x^2-x+3 \\ \hline 8x^4-10x^3+6x^2 \\ -4x^3+5x^2-3x \\ \hline 12x^2-15x+9 \\ \hline 8x^4-14x^3+23x^2-18x+9 \end{array}$$

### 正解へのアクセス

分配法則  $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$  を用いて計算する。項が多くなった場合は縦書きのかけ算も有効である。

### 類題 3

次の式を展開せよ。

$$(1) 32x^3y^3\left(\frac{x^2y}{16}-\frac{xy}{4}+\frac{y^2}{2}\right)$$

$$(2) (2x^2-3x+1)(2x^2-x-2)$$

### 例題 4

次の式を満たす正の整数  $m$  を求めよ。

$$(1) (a^2)^4 \times a^3 \times (a^m)^3 = a^{20}$$

$$(2) (a^m)^3 \times (a^2)^4 \times a^{2m-3} = a^{25}$$

#### 解答

(1) 与式の左辺は

$$(a^2)^4 \times a^3 \times (a^m)^3 = a^{2 \times 4} \times a^3 \times a^{m \times 3} = a^8 \times a^3 \times a^{3m} = a^{8+3+3m} = a^{11+3m}$$

これが  $a^{20}$  と等しいから、指数を比べて

$$11+3m=20 \quad \text{よって、} m=3$$

(2) 与式の左辺は

$$(a^m)^3 \times (a^2)^4 \times a^{2m-3} = a^{m \times 3} \times a^{2 \times 4} \times a^{2m-3} = a^{3m} \times a^8 \times a^{2m-3} = a^{3m+8+2m-3} = a^{5m+5}$$

これが  $a^{25}$  と等しいから、指数を比べて

$$5m+5=25 \quad \text{よって、} m=4$$

## 正解へのアクセス

$(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$ ,  $a^m \times a^n = a^{m+n}$  を用いて計算する。指数法則は完全に覚えておく。

### 類題 4

次の式を満たす正の整数  $m$  を求めよ。

(1)  $(a^3)^2 \times a^4 \times (a^m)^2 = a^{18}$

(2)  $(a^m)^2 \times (a^3)^3 \times a^{3m-4} = a^{30}$

### 例題 5

次の式を展開せよ。

(1)  $(x+y+2z)(x-y+2z)$

(2)  $(a^2-3a+1)(a^2-2a+1)$

(3)  $(3x-4y-z)^2$

### 解答

$$\begin{aligned} (1) \quad (x+y+2z)(x-y+2z) &= \{(x+2z)+y\} \{(x+2z)-y\} \\ &= (x+2z)^2 - y^2 \\ &= x^2 + 4xz + 4z^2 - y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (a^2-3a+1)(a^2-2a+1) &= \{(a^2+1)-3a\} \{(a^2+1)-2a\} \\ &= (a^2+1)^2 - (3a+2a)(a^2+1) + 6a^2 \\ &= a^4 + 2a^2 + 1 - 5a^3 - 5a + 6a^2 \\ &= a^4 - 5a^3 + 8a^2 - 5a + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad (3x-4y-z)^2 &= \{(3x-4y)-z\}^2 \\ &= (3x-4y)^2 - 2(3x-4y)z + z^2 \\ &= 9x^2 - 24xy + 16y^2 - 6xz + 8yz + z^2 \end{aligned}$$

(3)の別解

$$\begin{aligned} (3x-4y-z)^2 &= (3x)^2 + (-4y)^2 + (-z)^2 + 2\{3x(-4y) + (-4y)(-z) + (-z)(3x)\} \\ &= 9x^2 + 16y^2 + z^2 - 24xy + 8yz - 6zx \end{aligned}$$

## 正解へのアクセス

乗法公式が有効に使えるように工夫する。

(1)では、 $x+2z$  をまとまりとして考えて、公式  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  を用いる。

(2)では、 $a^2+1$  をまとまりとして考えて、公式  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$  を用いる。

(3)では、 $3x-4y$  をとりあえずまとまりと考えると、公式  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  を2回用いる。

また、公式  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$  を用いてもよい。

### 類題 5

次の式を展開せよ。

(1)  $(x+y+3z)(x-y+3z)$

(2)  $(x^2-x+2)(x^2-3x+2)$

(3)  $(2x-3y-z)^2$

# 演習問題

1 次の式を  $x$  について降べきの順に整理せよ。また、 $x^2$  の係数をいえ。  $\rightsquigarrow$  例題①

- (1)  $2xy^2 - 6y + 5x^3 - 4xy + 2x^2y$   
(2)  $8x - \{2x^2 - x(4x^2 - 5)\} + 4x^4 + 1$

2  $A = a^2 + ab - 3b^2$ ,  $B = 3a^2 - 7ab + 5b^2$  のとき、次の問いに答えよ。  $\rightsquigarrow$  例題②

- (1)  $3(A + 2B) - (2A + 3B)$  を求めよ。 (2)  $2A + X = 4B$  を満たす  $X$  を求めよ。  
(3)  $X + Y = A$ ,  $X - Y = B$  を同時に満たす  $X$ ,  $Y$  を  $A$ ,  $B$  で表せ。  
(4) (3) の  $X$ ,  $Y$  を求めよ。

3 次の式を計算せよ。  $\rightsquigarrow$  例題③

- (1)  $\left(\frac{1}{3}x^4y^3z\right)^2 \times \left(-\frac{2}{5}xy^3\right)$  (2)  $(-3ax^2)^2 \times 2a^4x \times (-a^2x)^3$

4 次の式を満たす正の整数  $m$  を求めよ。  $\rightsquigarrow$  例題④

- (1)  $(a^3)^3 \times a^4 \times (a^m)^2 = a^{17}$  (2)  $(a^m)^2 \times (a^2)^3 \times a^{3m-2} = a^{24}$

5 次の式を展開せよ。  $\rightsquigarrow$  例題⑤

- (1)  $(x^2 - xy + y^2)(x - y)$  (2)  $(x^2 - 3x + 1)(2x^2 - 4x - 5)$   
(3)  $(a^3 - 2a^2b + b^3)(2a - 3b)$  (4)  $(x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3)(x + y)$

6 次の式を展開せよ。  $\rightsquigarrow$  例題⑥

- (1)  $(x + 2x^2 - 3x^3)^2$  (2)  $(2a - 4b + 3c)^2$   
(3)  $(a - b + c - d)(a + b - c - d)$  (4)  $(a + 3)^2(a - 3)^2$   
(5)  $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)$  (6)  $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)$

7 次の式を計算せよ。  $\rightsquigarrow$  例題⑦

- (1)  $(a - b + c)^2 - (a + b - c)^2$   
(2)  $(x + y + z)^2 - (y + z - x)^2 + (z + x - y)^2 - (x + y - z)^2$

# 入試問題演習

## STEP 1

1 次の式を展開して整理せよ。

(1)  $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 + (a+b+c)^2$

(2)  $(2x+3y)(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)(4x^2-6xy+9y^2)$

2  $A=2x^3-3x^2+2x-1$ ,  $B=x^4-2x^3+3x^2-5x+6$  のとき,  $C=AB$  について考える。

(1)  $C$  の  $x^5$  の係数を求めよ。

(2)  $C$  の  $x^2$  の係数を求めよ。

3  $x$  の整式  $2x(1-x)(1-2x)^2+x^2(2-2x)^2$  を  $x(1-x)=y$  とおいて  $y$  の式で表せ。

〈鹿児島大〉

4  $(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})(-\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c})$  を簡単にせよ。

〈大阪薬科大〉

## STEP 2

1  $ax^2+2bxy+cy^2$  の  $x, y$  の代わりに, それぞれ  $3X+2Y, 4X+3Y$  を代入して得られる式を  $AX^2+2BXY+CY^2$  とするとき,  $AC-B^2$  を  $a, b, c$  で表せ。

2 4つの実数  $a, b, c, d$  の間に

$$a^2+b^2=c^2+d^2=1, \quad ac+bd=0$$

という関係があるとき,  $a^2+c^2, b^2+d^2, ab+cd$  の値を求めよ。

〈東京電機大〉