第14講　音のドップラー効果

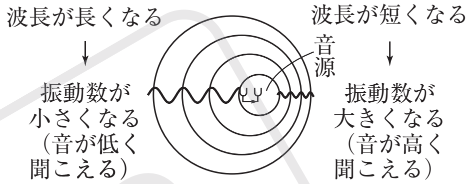
基　礎　学　習

1　ドップラー効果

電車が踏切を通過するとき乗客が聞く警報音は，通過前より通過後の方が，低い音に聞こえる。また，サイレンを鳴らしながら走る救急車が目の前を通過するときも，通過後の方がサイレンの音は低く聞こえる。このように，観測者や音源の運動によって，観測される音の高さ(振動数)が変わる現象を**ドップラー効果**という。音速は大気の温度によって決まるので，音源が運動しても音速は変わらない。音源の運動による波長の変化や，観測者の運動による相対的な音速の変化によって，ドップラー効果が生じている。

2　音源が動く場合

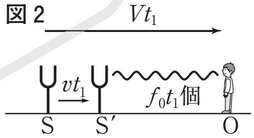
図1



音源が移動すると，その時点で出される音波(素元波)の間隔が進行方向では狭く，その逆の方向では広くなる(**図1**)。これは，音源の波長が進行方向では短くなり，逆の方向では長くなることを意味する。この場合の効果を見ていこう。

音速 V〔m/s〕の静止している大気中で，音源が振動数 f_0〔Hz〕の音を発しながら速さ v〔m/s〕で移動している。時刻 $t=0$〔s〕で音源がSの位置にあったとする(**図2**)。時刻 $t=t_1$ のとき，Sで出された音の先端は Vt_1〔m〕進み，音源は vt_1〔m〕進む。その間に音源から出された波の個数は f_0t_1〔個〕であるから，波長 λ〔m〕は，$\lambda=\dfrac{Vt_1-vt_1}{f_0t_1}=\dfrac{V-v}{f_0}$〔m〕

図2



静止している観測者が聞く音の振動数 f〔Hz〕は，波の基本式より，

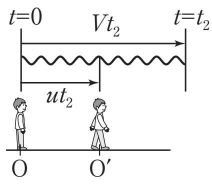
$$f=\frac{V}{\lambda}=V\times\frac{f_0}{V-v}=\frac{V}{V-v}f_0\text{〔Hz〕}$$
(音の速さ V は音源の運動に無関係)

となる。音源が観測者から遠ざかる場合は，$-v$ を $+v$ とすればよい。

3　観測者が動く場合

観測者が速度 u〔m/s〕(音源→観測者の向きを正とする)で動くとき，観測者から見た音の相対速度は $V-u$〔m/s〕である。音源から出る音の波長 λ〔m〕は $\lambda=\dfrac{V}{f}$〔m〕であるから，観測者が聞く音の振動数 f'〔Hz〕は，波の基本式より，

$$f'=\frac{V-u}{\lambda}=\frac{V-u}{V}f$$



この式を図からも導出してみよう。右図で，時刻 $t=0$〔s〕に観測者が点Oにいて，t_2〔s〕後に点O′を通過する。この間に点Oから出た音は Vt_2〔m〕進むが，観測者が聞くのは Vt_2-ut_2 の範囲の音だけである。この範囲にある波の個数は $\dfrac{(V-u)t_2}{\lambda}$ 個。よって，観測者が聞く音の振動数 f'〔Hz〕(=1 s あたりの波の個数)は，$f'=\dfrac{(V-u)t_2}{\lambda t_2}=\dfrac{V-u}{\lambda}=\dfrac{V-u}{V}f$ (波の基本式 $\lambda=\dfrac{V}{f}$ を用いた)

4　音源も観測者も動く場合(公式の一般形)

音源，観測者がともに動く場合は，上記2，3の式を組み合わせる。次図のように速度の向きを決める。

振動数 f_0〔Hz〕の音源が速度 v〔m/s〕で進むとき，進行方向の振動数 f〔Hz〕は，$f=\dfrac{V}{V-v}f_0$〔Hz〕　この振動数の音を，同じ向きに速さ u〔m/s〕で進む観測者が聞くとき，観測者が聞く音の振動数 f'〔Hz〕は，

$$f'=\frac{V-u}{V}f=\frac{V-u}{V-v}f_0 \cdots ①$$

point

（i）①式について，音源による効果が分母 $(V-v)$ に，観測者による効果が分子 $(V-u)$ に現れている。
（ii）$-v$，$-u$ の部分の符号の決め方は，音源や観測者の動き方と音の聞こえ方の関係から思い出すとよい。
（例）　音源が近づく→音が高く聞こえる→分母が小さくなる→ $V-v$　（逆の場合は $V+v$）
　　　観測者が離れる→音が低く聞こえる→分子が小さくなる→ $V-u$　（逆の場合は $V+u$）

5　ドップラー効果の応用

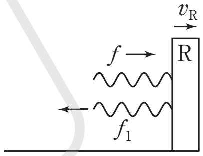
(a)　移動する反射板

音が板などで反射する場合，次のような順序で考えるとよい。

（i）　板を観測者とする（板が移動している場合，観測者が移動するドップラー効果を考える）。
（ii）　板を音源（振動数は（i）の値）と考える。

（例）　反射板 R が速さ v_R〔m/s〕で音源（振動数 f〔Hz〕）から遠ざかっているとき，

（i）　反射板 R 上で観測する音の振動数 f_1〔Hz〕は，$f_1=\dfrac{V-v_R}{V}f$



（ii）　反射板 R から出される反射音の振動数は f_1〔Hz〕，板の左側で静止している観測者が聞く反射音の振動数 f_2〔Hz〕は，$f_2=\dfrac{V}{V+v_R}f_1=\dfrac{V-v_R}{V+v_R}f$ となる。

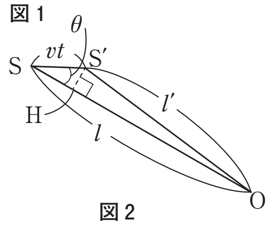
(b)　風がある場合

無風状態での音速を V〔m/s〕，風の速度を V_w〔m/s〕とする。音の速さは V と V_w の合成速度になる。この場合も，音の速さは音源や観測者の影響を受けないから，①式を，$V \to V+V_w$（風が音と逆向きなら $V-V_w$）に置き換えて用いる。風と同じ向きに伝わる音においての①式は，

$f'=\dfrac{(V+V_w)-u}{(V+V_w)-v}f_0$ となる。

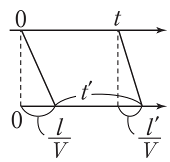
(c)　斜め方向のドップラー効果

図 1



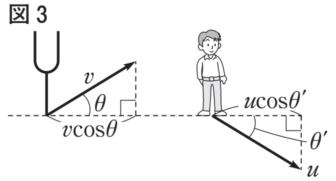
音源が**図 1** のように，v〔m/s〕の速さで t〔s〕間に S → S′ に移動する。観測者 O との距離を，OS $=l$，OS′ $=l'$ とする。点 S で発した音を，O は $\dfrac{l}{V}$〔s〕後（V：音速）に観測し，点 S′ で発した音を $t+\dfrac{l'}{V}$〔s〕後に観測する。

図 2



音源が t〔s〕間に発した音を，O は $t'=t+\dfrac{l'}{V}-\dfrac{l}{V}$〔s〕間で観測する（**図 2**）。**図 1** で $l-l' \fallingdotseq \mathrm{SH}=vt\cos\theta$ と近似すれば，$t'=t\left(1-\dfrac{v\cos\theta}{V}\right)$　音源の振動数を f_0〔Hz〕，観測者が観測する振動数を f〔Hz〕とすると，観測者が受け取る波の数と音源から出る波の数について $ft'=f_0t$　これより，

図 3



$f=\dfrac{f_0t}{t'}=\dfrac{f_0}{1-\dfrac{v\cos\theta}{V}}=\dfrac{V}{V-v\cos\theta}f_0$　このように，音源や観測者の進む方向が音の伝わる方向と異なる場合は，音の伝わる方向の分速度を用いればよい。**図 3** の場合，$f=\dfrac{V-u\cos\theta'}{V-v\cos\theta}f_0$　となる。

確認問題

例題 1 振動数 $f_0=440$〔Hz〕の音波を出す音源と，観測者がいる。音速を $V=340$〔m/s〕とする。次の(1)～(3)の場合について，観測者が聞く音の振動数 f〔Hz〕を，上から2桁の概数で求めよ。

(1) 観測者が静止していて，音源が 20 m/s の速さで観測者に近づく。

(2) 音源が静止していて，観測者が 10 m/s の速さで音源から遠ざかる。

(3) 音源と観測者がともに 20 m/s の速さで互いに近づく。

考え方 (1) ドップラー効果の式 $f=\dfrac{V-u}{V-v}f_0$ …①（v：音源の速さ，u：観測者の速さ）を用いる。u，v の符号は，経験的事実（救急車が近づくときに高い音が聞こえるなど）を基にして，忘れてしまっても導き出せるようにしておこう。

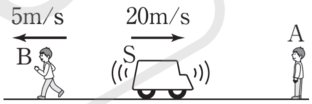
解答

(1) ①式に，$v=20$，$u=0$ を代入して，$f=\dfrac{340}{340-20}\times 440=467.5\cdots\fallingdotseq$ **470〔Hz〕**

(2) ①式に，$v=0$，$u=10$ を代入して，$f=\dfrac{(340-10)}{340}\times 440=427.0\cdots\fallingdotseq$ **430〔Hz〕**

(3) ①式に，$v=20$，$u=-20$ を代入して，$f=\dfrac{(340-(-20))}{340-20}\times 440=495\fallingdotseq$ **500〔Hz〕**

類題 1 振動数 $f_0=400$〔Hz〕の音波を出しながら，音源Sが 20 m/s の速さで直線状の道路を走っている。次の問いに整数で答えよ。音速を 350 m/s とする。



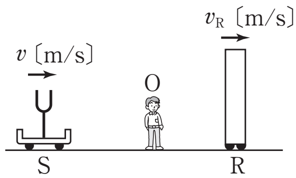
(1) Sの前方に立っているAが聞く音の振動数を求めよ。

(2) Sの後方に立っているBは，5 m/s の速さでSと逆方向に進んでいる。Bが聞く音の振動数を求めよ。

例題 2 振動数 f_0〔Hz〕の音さSと反射板Rが右図の向きと大きさの速度で動いている。音の速さを V〔m/s〕とする。

(1) Rで聞く音の振動数 f_1〔Hz〕を求めよ。

(2) SとRの間に人Oが静止している。Rで反射された後の音をOが聞くときの振動数 f_2〔Hz〕を求めよ。



考え方 (1) 反射板とともに動く観測者が聞く音の振動数になる。(2) 反射波の振動数は変わらない。反射波の進む向きは，反射板の動く向きと逆になる（なお反射の際，位相は π〔rad〕ずれる）。

解答

(1) $f_1=$ $\boldsymbol{\dfrac{V-v_R}{V-v}f_0}$ **〔Hz〕**

(2) 反射板が音源となって，f_1〔Hz〕の音を発しながら遠ざかると考えて，

$$f_2=\frac{V}{V+v_R}f_1=\boldsymbol{\frac{V}{V+v_R}\cdot\frac{V-v_R}{V-v}f_0}\text{〔Hz〕}$$

類題 2 例題2で，静止している人Oが音さSから直接聞く音と，Rで反射した音によって，うなりが生じた。

(1) この人がSから聞く直接音の振動数 f_3〔Hz〕を求めよ。

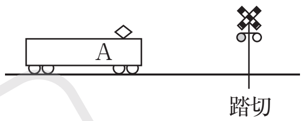
(2) うなりの振動数 n〔Hz〕を求めよ。

基　本　問　題

1　救急車が振動数 800 Hz のサイレンを鳴らしながら，72 km/h の速さで観測者に近づいている。音の速さを 340 m/s とする。

⑴　救急車の前方に伝わる音波の波長 λ_1〔m〕を求めよ。
⑵　救急車の前方で静止している観測者が聞く音の振動数 f_1〔Hz〕を整数で求めよ。
⑶　救急車が観測者のそばを通過した後，観測者に聞こえる音の波長 λ_2〔m〕を求めよ。
⑷　救急車が観測者のそばを通過した後，観測者に聞こえる音の振動数 f_2〔Hz〕を整数で求めよ。

2　列車が 144 km/h の速さで踏切を通過する。列車に乗っている A さんが，踏切の発する 680 Hz の警報音を観測する。音の速さを 340 m/s とする。

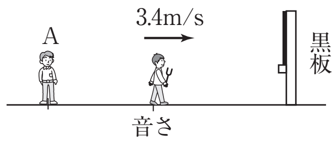


⑴　列車が踏切を通過する前について，
　①　警報音の波長 λ〔m〕を求めよ。
　②　A さんが t〔s〕間に観測する警報音の波の個数を，t を用いて表せ。
　③　A さんが聞く警報音の振動数 f_1〔Hz〕を求めよ。
⑵　列車が踏切を通過した後，A さんが聞く警報音の振動数 f_2〔Hz〕を求めよ。

3　2 台の電車が互いに 72 km/h の速さですれ違った。一方の電車に乗っている人は，他方の電車が出す 500 Hz の音を何 Hz と観測するであろうか。音の速さを 340 m/s とする。
⑴　すれ違う前の観測値 f_1〔Hz〕を整数で求めよ。
⑵　すれ違った後の観測値 f_2〔Hz〕を整数で求めよ。

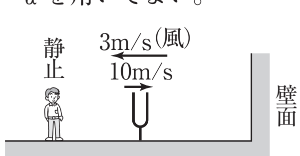
4　40 m/s の速さで走っている列車に乗っている人が，振動数 f_0〔Hz〕の汽笛を鳴らしながら走ってくる列車の汽笛の振動数と，すれ違ったあとの汽笛の振動数とを測定したところ，振動数の比は 3：2 であった，すれ違った列車の速さを v〔m/s〕，音速を 340 m/s とし，両列車とも加速はしないものとする。
⑴　すれ違う前の汽笛の振動数の観測値 f_1〔Hz〕を，v を用いて表せ。
⑵　すれ違った後の汽笛の振動数の観測値 f_2〔Hz〕を，v を用いて表せ。
⑶　v〔m/s〕を求めよ。

5　振動数 220 Hz の音さを鳴らしながら，3.4 m/s の速さで黒板に垂直に近づけたところ，音さの後方に静止している人 A にうなりが聞こえた。次の問いに整数で答えよ。音の速さは 340 m/s とする。



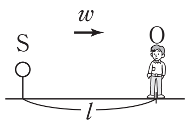
⑴　音さから直接 A に届いた音の振動数は何 Hz か。
⑵　黒板で反射して，A に届いた音の振動数は何 Hz か。
⑶　A が聞くうなりの回数は毎秒何回か。
⑷　音さを持って歩いている人が聞く，黒板からの反射音の振動数は何 Hz か。
⑸　音さを持って歩いている人が聞く，うなりの回数は毎秒何回か。

6　鉛直な壁の前方に人が静止しており，速さ 3 m/s の風が壁から人に向かって吹いている。この人と壁との間にある振動数 400 Hz の音源が，壁に向かって速さ 10 m/s で進むとき，次の問いに答えよ。ただし，無風時の音速を 340 m/s とする。また，$\alpha \fallingdotseq 0$ のときの近似式 $\dfrac{1}{1+\alpha}=1-\alpha$ を用いてよい。



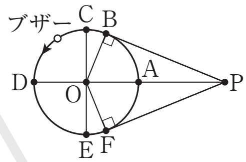
⑴　この人が受ける直接音の振動数 f_1〔Hz〕はいくらか。
⑵　壁面で受ける音の振動数 f_2〔Hz〕はいくらか。
⑶　この人が聞く反射音の振動数 f_3〔Hz〕はいくらか。

7　振動数 f_0〔Hz〕の音源 S が静止している。いま，音速の 0.1 倍の速さで風が吹いているとする。風上で聞くのと風下で聞くのとで，音の振動数にはどれだけの違いがあるか考えよう。音速を V〔m/s〕，S から観測者 O までの距離を l〔m〕とする。はじめ，O は風下にいるとする。



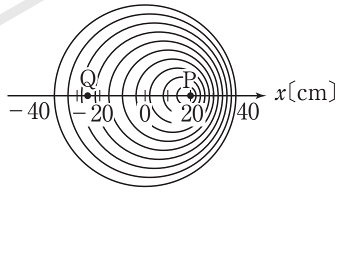
(1)　時刻 $t=0$〔s〕で発した音が O に到達する時刻 t_1〔s〕を求めよ。
(2)　時刻 $t=T$〔s〕で発した音が O に到達する時刻 t_2〔s〕を求めよ。
(3)　音源 S が T〔s〕間に出した音を，O は何〔s〕間聞くことになるか。
(4)　O が観測する音の振動数 f_1〔Hz〕を求めよ。
　次に，O が風上にいるとする。
(5)　O が風上で静止している場合の，O に届く音の速さを求めよ。
(6)　(1)〜(4)と同様に考えて，O が風上で観測する場合の音の振動数 f_2〔Hz〕を求めよ。

8　大きさの無視できるブザーが，右図のように，一定の振動数 f_0〔Hz〕の音を発しながら，点 O を中心とする円軌道を一定の速さ v〔rad/s〕で反時計回りに回転している。このとき，この円軌道と同一平面内にある軌道外の点 P で聞こえる音の振動数は軌道上のブザーの位置によって周期的に変化した。ただし，空気中での音の速さを 340 m/s とし，風の影響はないものとする。



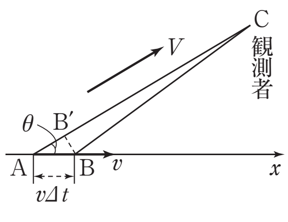
(1)　①最も高い振動数，②最も低い振動数，および，③ブザーが静止しているときと同じ振動数 に聞こえるのは，ブザーが円軌道上のそれぞれどの位置にあるときに発した音か。3 つの場合について，該当するすべての位置を図中の記号 A ～ F で答えよ。
(2)　点 P で聞こえる最も高い振動数 f_H〔Hz〕および，最も低い振動数 f_L〔Hz〕を，v，f_0 を用いて表せ。
(3)　点 P で聞こえた最も低い音の振動数が 900〔Hz〕，最も高い音の振動数が 1100〔Hz〕であった。このとき，v〔m/s〕と f_0〔Hz〕を求めよ。

9　水深が一定な水槽中の静かな面に，細い針金の先端につけた小球 P をふれさせ，水面波を発生させる。この水面波は一定の速さ V で，円形に広がっていく。小球は一定の速度で水面上を移動できるようになっている。右図は，小球 P を毎秒 5 回水面にふれさせながら x 軸の正の方向に速さ v で移動させたとき，発生した水面波をある時刻に観測したものである。図の実線は水面波の山の位置を表している。



(1)　水面波の伝わる速さ V は何 cm/s か。
(2)　小球 P の移動の速さ v は何 cm/s か。
(3)　図の Q の位置で観測される水面波の振動数は何 Hz か。答えは分数のままでよい。

10　振動数 f_0 の音源が x 軸の正の向きに速さ v で運動し，観測者は C 点に静止している。空気中を伝わる音速を V とする。時刻 0 に A 点を通過した音源が Δt 後に B 点を通過するものとし，時刻 0 における音源と観測者の距離を l とする。$v\Delta t \ll l$ のとき，次の問いに(　)内の文字を用いて答えよ。



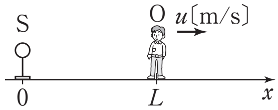
(1)　時刻 0 に音源から出た音が観測者に到達する時刻 t_1 を求めよ。(l，V)
　Δt 後に音源は B 点に達する。B 点に達した瞬間に音源から出た音が観測者に到達する時刻を t_2 とする。
(2)　点 B から AC に垂線 BB′ をひく。BC の長さを B′C で近似して，BC の長さを求めよ。(l，v，Δt，θ)
(3)　時刻 t_2 を求めよ。(l，v，Δt，θ，V)
(4)　音源が Δt 間に出した音を観測者が聞く時間 $\Delta t'$ を求めよ。(v，Δt，θ，V)
(5)　観測者が $\Delta t'$ 間に聞く波(音波)の個数を求めよ。(f_0，Δt)
(6)　観測者が聞く音の振動数 f を求めよ。(v，f_0，θ，V)

演　習　問　題

1　ドップラー効果を，波の式(P.81)を用いて考える。風はなく，音の速さを V〔m/s〕とする。答えは，(　) 内の文字を用いて表すこと。

A　観測者 O が動く場合

　音源 S の位置を原点とし，水平方向右向きに x 軸をとる。O は時刻 $t=0$〔s〕に $x=L$〔m〕を右向きに u〔m/s〕の速さで通過する。音源の振動数を f_0〔Hz〕とし，時刻 t〔s〕における音を横波として表示したときの変位 $y_S(t)$〔m〕を，$y_S(t)=A\sin 2\pi f_0 t$ とする。



(1)　O が $x=L$ で静止しているとすると，O が観測する波の式はどう表せるか。(A，f_0，V，L，t)

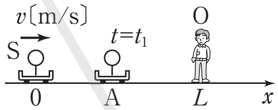
(2)　時刻 t〔s〕における O の位置 x〔m〕を求めよ。(L，u，t)

(3)　音が原点から位置 x に達するのに要する時間を求めよ。(L，u，t，V)

(4)　O が時刻 t〔s〕に観測する波の式は，$y_0(L,\ t)=A\sin a(t-b)$ と表せる。a，b を求めよ。(V，u，L)

B　音源 S が動く場合

　音源 S が時刻 $t=t_1$〔s〕に $x=vt_1$ の点 A に到達した。その瞬間に音源 S から出された音が，時刻 t〔s〕に観測者 O に達したとする。

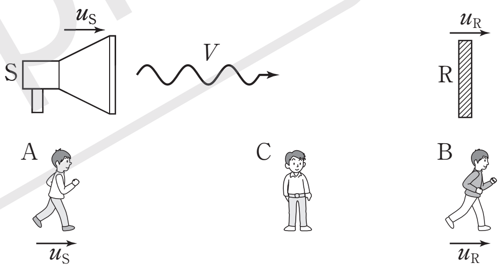


(1)　位置 L〔m〕を求めよ。(v，V，t，t_1)

(2)　t_1〔s〕を求めよ。(V，v，t，L)

(3)　時刻 t〔s〕で O が観測する音は，時刻 t_1〔s〕で音源が出した音に等しい。このことを用いて，観測者が観測する音波の式を求めよ。(A，f_0，V，v，t，L)

2　音源 S とともに速さ u_S〔m/s〕で移動する観測者 A，反射板 R とともに速さ u_R〔m/s〕で移動する観測者 B，静止している観測者 C が右図のように一直線上に並んでいる。音源 S から発せられる音の振動数を f_0〔Hz〕，観測者 B が聞く音の振動数を f_R〔Hz〕，音速を V〔m/s〕とし，風はないものとする。また，u_S および u_R は，ともに V より小さいものとする。次の問いに答えよ。



(1)　移動する音源 S から発せられる音の，音源の前方の波長 λ_S〔m〕を，V，u_S，f_0 を用いて表せ。

(2)　観測者 C が音源 S からの音を直接聞くときの振動数 f_1〔Hz〕を，V，u_S，f_0 を用いて表せ。

(3)　観測者 B が聞く S からの音の振動数 f_R〔Hz〕を，V，u_S，u_R，f_0 を用いて表せ。

(4)　観測者 C が聞く反射板 R からの反射音の振動数 f_2〔Hz〕を，V，u_R，f_R を用いて表せ。

(5)　観測者 A が聞く反射板 R からの反射音の振動数 f_3〔Hz〕を，V，u_S，u_R，f_R を用いて表せ。

(6)　観測者 C が 1 秒間に観測するうなりの数を，V，u_S，u_R，f_0 を用いて表せ。

3　次の文章を読み，下の問いに答えよ。ただし，数式には f，V，v_O，v_S を用いること。

　図 1 のように観測者 O が静止し，振動数 f〔Hz〕の音源 S が速さ v_S〔m/s〕で矢印の向きに動き，音源が観測者に近づいている場合を考える。音速を V〔m/s〕($V>v_S$)として風はないものとすると，音源から出た音波は 1 秒間に V〔m〕進み，この間に音源は v_S〔m〕移動するため，音源の前方では $(V-v_S)$〔m〕の間に f 波長分の音波が入ることになる。

図 1

(1)　音源の前方での波長 λ_1〔m〕を求めよ。

(2)　このとき観測者が聞く音の振動数 f_1〔Hz〕を求めよ。

図 2

　次に，**図 2** のように音源 S が静止し，観測者 O が速さ v_O〔m/s〕($V>v_O$)で矢印の向きに動く場合を考える。観測者を通過した音波は，

1 秒後に通過した地点から V〔m〕先に達し，この間に観測者は v_O〔m〕だけ進む。

(3)　音波の波長 λ_2〔m〕を求めよ。

(4)　$V-v_O$〔m〕の間には何波長分の音波が入っているか。

(5)　このとき観測者が聞く音の振動数 f_2〔Hz〕を求めよ。

図 3

また，**図 3** のように音源 S が観測者 O の後方にあり，それぞれ v_S〔m/s〕，v_O〔m/s〕で矢印の向きに動くときを考える。

(6)　このとき観測者が聞く音の波長 λ_3〔m〕を求めよ。

(7)　$V-v_O$〔m〕の間には何波長分の音波が入っているか。

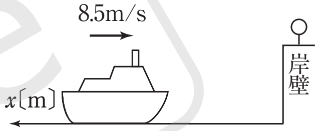
(8)　このとき観測者が聞く音の振動数 f_3〔Hz〕を求めよ。

図 3 において，音源 S の動く速さ v_S〔m/s〕と観測者 O の動く速さ v_O〔m/s〕によって観測者が聞く音の振動数は変化する。

(9)　音源が観測者の後方にあるとき，$v_O>v_S$，$v_O=v_S$，$v_O<v_S$ の 3 つの場合に分け，観測者が聞く音の振動数 f'〔Hz〕と音源の振動数 f〔Hz〕の大小関係を，不等号あるいは等号を用いて表し，次の（　　）内に記入せよ。

$v_O>v_S$ のとき，f'（　　）f　　$v_O=v_S$ のとき，f'（　　）f　　$v_O<v_S$ のとき，f'（　　）f

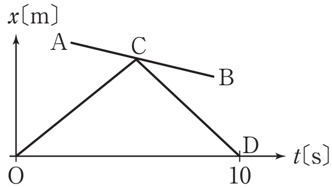
4　大きな船が一定の速さ 8.5 m/s で岸に近づいてくる。このとき，岸から船に向かって 1000 Hz の音を正しく 2 秒間発した。音速は 340 m/s とする。



(1)　音を発し始めてから船で反射して帰ってきた音を聞き始めるまでに 10 秒の間があった。音が船に届いた時刻における岸と船の間の距離はいくらか。

(2)　船の上の人は，この音を何 Hz の音として聞くか。

船の上の人は，この音を何秒間聞き，岸にいる人は船からの反射音を何秒間聞くかを調べるため，右図のグラフを作成した。横軸は音を発した時刻を原点とする時間 t〔s〕を示し，縦軸は時刻 t〔s〕における岸から船までの距離を示している。折れ線 OCD は時刻 $t=0$ で発した音が船で反射して岸に戻ってくるようすを示している。また，直線 AB は船が進むようすを示している。



(3)　点 C の座標$(t,\ x)$を求めよ。

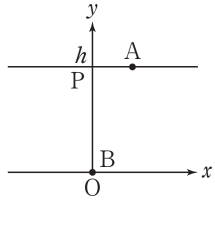
(4)　直線 AB の式を求めよ。

(5)　$t=2$〔s〕に発した音が船で反射して戻ってくるまでのようすを表すグラフを図にかき加えよ。

(6)　船の上の人は，この音を何秒間聞くか。

(7)　岸にいる人が船からの反射音を聞く時間は，(6)の時間と比べて長いか，短いか。

5　図のように，水平面内に x 軸，y 軸をとる。点 P$(0,\ h)$を中心に音源 A が x 軸と平行に，振幅 h，角振動数 ω の単振動をしている。A が出す音の振動数を f_0，音の速さを V とする。A の時刻 t における位置が$(h\sin\omega t,\ h)$であるとき，次の問いに答えよ。



(1)　時刻 t における A の速度を求めよ。x 軸の向きを正とする。

(2)　時刻 t に A が発した音を原点にいる B が観測するとき，

①　B が観測する音の振動数の時間変化 $f(t)$ を表す式を求めよ。ただし，ここでは A から B にただちに音が届くとしてよい。

②　B が聞くときの時刻の時間変化 $g(t)$ を表す式を求めよ。

6 等速円運動をする発音体の出す音は，静止した観測者にどのように聞こえるかを考えよう。**図 1** のように，xy 平面上で，原点 O を中心とする半径 a の円周上を，振動数 f_0 の音波を発する発音体が，角速度 ω で，反時計まわりに等速円運動をしている。点 P$(2a,\ 0)$ でこの音の振動数を測定したところ，観測された振動数 f は，**図 2** のように周期的に変化した。すなわち，時刻 t_1，t_3，t_5 では f が f_0 に等しく，t_2，t_6 では f が最小になり，t_4 では f が最大になる。点 P から円に引いた接線の接点を E，F とし，音速を V とする。

図 1

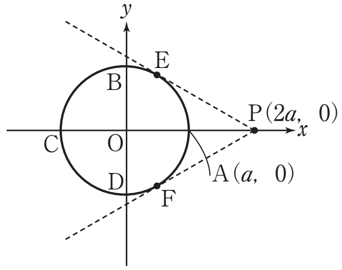
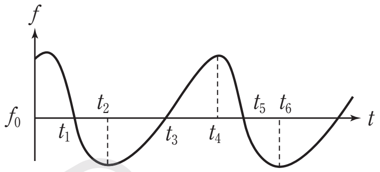


図 2



(1) 時刻 t_1，t_2，t_3，t_4，t_5 で観測される音は，それぞれ発音体が円周上のどの点にいるときに発した音か。それぞれの位置での観測に対応する発音体の位置をかけ。

(2) 点 P で観測される最大の振動数と，最小の振動数を求めよ。

(3) 発音体が点 E を通過するときに出された音が点 P に達するのに要する時間を求めよ。

(4) 観測される振動数が f_0 から一度減少して再び f_0 となるまでの時間 (t_3-t_1) は，f_0 から一度増加して再び f_0 となるまでの時間 (t_5-t_3) より長い。その差 $\{(t_3-t_1)-(t_5-t_3)\}$ を求めよ。

(5) 観測される振動数が最小から最大まで変化する時間 (t_4-t_2) と，最大から最小まで変化する時間 (t_6-t_4) との比 $(t_4-t_2)/(t_6-t_4)$ を求めよ。

(6) 点 P で観測される振動数は周期的に変化する。その周期を求めよ。

7 飛行機が地面からの高度 h を一定に保って，一定の速度 v で飛行している。その航空路の真下の地面の点 O で，飛行機の音の振動数を測定する(**図 1**)。飛行機が O の真上の点 M を通過する瞬間を時刻 $t=0$〔s〕とする。
横軸に t〔s〕をとり，縦軸に測定された振動数 f'〔Hz〕をとったときのグラフは**図 2** のようになった。風はなく，音速は高度によらず一定で 330 m/s とする。

図 1

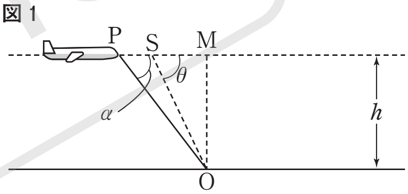
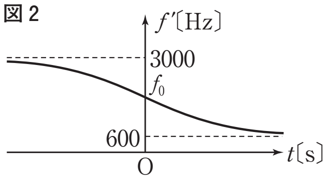


図 2



(1) 飛行機の速さは何 m/s か。

(2) 飛行機から出ている音の振動数は何 Hz か。

(3) 時刻 0 s の瞬間に測定された振動数 f_0 を求める。

① 時刻 0 s の瞬間に点 O に到達する音を，飛行機が点 P で出したとする。音が PO 間を進む間に飛行機は PM 間を進む。このことを踏まえて，$\angle\mathrm{OPM}=\alpha$ とするとき，$\cos\alpha$ の値を求めよ。

② f_0 を求めよ。

(4) $t=0.5$ s の瞬間に測定された振動数は 1500 Hz であった，これは飛行機が S を通る瞬間に出た音であるとして，次の順序で h を求める。

① $\angle\mathrm{OSM}=\theta$ として，$\cos\theta$ の値を求めよ。

② S で出た音が O に伝わるまでの時間は飛行機が S から M に達するまでの時間より 0.5 s 長い。

$\mathrm{OS}=\dfrac{h}{\sin\theta}$，$\mathrm{SM}=\dfrac{h}{\tan\theta}$ を用いて，このことを h，θ を含む式で表せ。

③ ②の式に $\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を入れて h を上から 2 桁の概数で求めよ。ただし，$\sqrt{3}=1.73$ とする。