第1講　ベクトル(1)　平面上のベクトルと演算

基　礎　学　習

1　ベクトルの意味

線分の長さ，図形の面積，物体の質量などは，１つの数値(大きさ)で表すことができる。

これに対して，いろいろな量の中には，大きさのほかに向きをもつものがある。例えば，天気予報などで見る「西の風，風力３」や，点をx軸方向に３だけ平行移動するなどのように，大きさと向きをもつものがある。このような量の表し方を定義する。

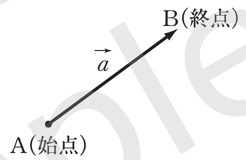
線分ABについて，AからBに向かうという向きを考えたものを

$\boxed{❶\quad\quad}$ ABといい，Aを始点，Bを $\boxed{❷\quad}$ という。

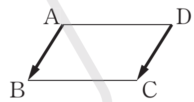
$\boxed{❶\quad\quad}$ について，位置を問題にせず，大きさと $\boxed{❸\quad}$ だけを考えたものをベクトルという。

ベクトルは，右図のように矢印のついた線分を用いて表すことができ，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\vec{a}$ のように書く。

このとき，線分ABの長さをそのベクトルの大きさといい，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$，$|\vec{a}|$ のように表す。



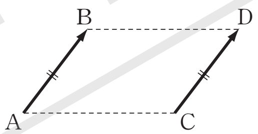
有向線分とベクトル
下図の平行四辺形ABCDで，有向線分ABと有向線分DCはベクトルとしては同じものである。



2　ベクトルの相等

向きが同じで，大きさが等しい２つのベクトルは等しいという。ベクトルが等しいことを$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ のように表す。

また，２つのベクトル$\vec{a}$と$\vec{b}$が等しいことを$\vec{a}=\vec{b}$ と表す。



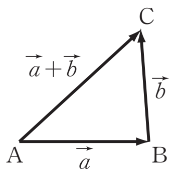
ベクトルの相等
ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$を平行移動して$\overrightarrow{\mathrm{CD}}$に重ね合わせることができる。
$\Longleftrightarrow$ $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{CD}}$
(４点A，B，C，Dが一直線上にないときは，平行四辺形ABDCを作る。)

3　ベクトルの加法

２つのベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$に対して，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ とするとき，ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$を$\vec{a}$と$\vec{b}$の和といい，$\vec{a}+\vec{b}$ と表す。すなわち

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\boxed{❹\quad}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

である。



ベクトルの加法について，次の法則が成り立つ。

(1)　交換法則：$\vec{a}+\vec{b}=\boxed{❺\quad}+\vec{a}$

(2)　結合法則：$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\boxed{❻\quad}\right)$

例　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\boxed{❼\quad}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\boxed{❽\quad}$

ベクトルの加法
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$
終点　同じ　始点

ベクトルについて，数や文字式の加法と同様に計算ができる。

結合法則が成り立つので，(　)をつけずに$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ と表記する。

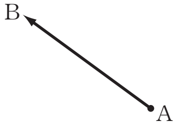
解答　❶ 有向線分　❷ 終点　❸ 向き　❹ $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$　❺ $\vec{b}$　❻ $\vec{c}$　❼ $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$　❽ $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$

例題 1　［ベクトルの意味］ ➡1

次の 解答 の $\boxed{}$ にあてはまることばや記号を入れよ。

解答

速度や力のように $\boxed{1}$ と向きをもつものをベクトルという。



右図のように，有向線分ABで表されるベクトルは，

$\boxed{2}$ と表し，点Aを $\boxed{3}$ ，点Bを $\boxed{4}$ という。

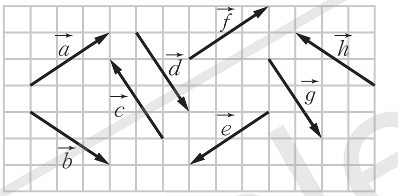
また，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の大きさを $\boxed{5}$ と表す。

類題 1　次の $\boxed{}$ にあてはまることばを入れよ。

ベクトルとは $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ をもつものをいう。 $\boxed{\text{ウ}}$ して重ねることができるベクトルは等しい。

例題 2　［ベクトルの相等］ ➡2

右図のベクトルのうち，等しいベクトルの組をすべて答えよ。

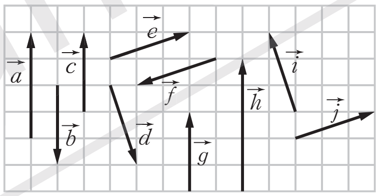


解答

向きが同じで大きさが等しい2つのベクトルは等しい。等しいベクトルは，

$\vec{a}$ と $\boxed{6}$ ， $\boxed{7}$ と $\vec{g}$

類題 2　右図のベクトルのうち，等しいベクトルの組をすべて答えよ。

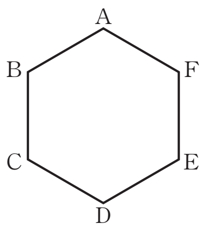


例題 3　［ベクトルの加法］ ➡3

右図の正六角形ABCDEFにおいて，次のベクトルを1つのベクトルで表せ。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BD}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{BF}}$



解答

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BD}}=$ $\boxed{8}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{BF}}=$ $\boxed{9}$ であるから，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{BF}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}+$ $\boxed{9}$ $=$ $\boxed{10}$

類題 3　例題3の正六角形ABCDEFにおいて，次のベクトルを1つのベクトルで表せ。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{DC}}$　　　(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AF}}+\overrightarrow{\mathrm{EC}}$

ヒント

有向線分

線分ABでAからBに向かうという向きを考えるもの。

有向線分では位置を区別するが，ベクトルでは平行移動して重なるものは等しいと考える。

例題1の答

1 大きさ　2 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

3 始点　4 終点

5 $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$

例題2の答

6 $\vec{f}$　7 $\vec{d}$

ベクトルの加法

$\overrightarrow{\mathrm{A}\bigcirc}+\overrightarrow{\bigcirc\mathrm{B}}$ のときは

同じ点

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ となる。

$\overrightarrow{\mathrm{A}\bigcirc}+\overrightarrow{\triangle\mathrm{B}}$ のときは

異なる点

$\overrightarrow{\mathrm{A}\bigcirc}$ の終点が△

または，$\overrightarrow{\triangle\mathrm{B}}$ の始点が○

となるように平行移動する。

例題3の答

8 $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$　9 $\overrightarrow{\mathrm{CE}}$

10 $\overrightarrow{\mathrm{AE}}\,(\overrightarrow{\mathrm{BD}})$

4 単位ベクトルと零ベクトル

大きさが1であるベクトルを単位ベクトルという。

すなわち，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$が単位ベクトルのとき，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=$ $\boxed{\text{❶}\quad}$ である。

始点と終点が一致したベクトルを零ベクトルといい，記号$\vec{0}$で表す。すなわち，$\overrightarrow{\mathrm{AA}}=$ $\boxed{\text{❷}\quad}$

零ベクトルの大きさは $\boxed{\text{❸}\quad}$ で，向きは考えない。

また，ベクトル$\vec{a}$に対して，$\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=$ $\boxed{\text{❹}\quad}$

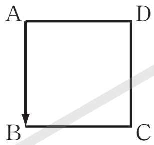
零ベクトル$\vec{0}$
数の0と同じような性質がある。

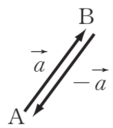
5 逆ベクトル

ベクトル$\vec{a}$と大きさが等しく，向きが反対であるベクトルを$\vec{a}$の逆ベクトルといい，$-\vec{a}$で表す。すなわち，

$-\overrightarrow{\mathrm{AB}}=$ $\boxed{\text{❺}\quad}$ である。

また，ベクトル$\vec{a}$に対して，$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$



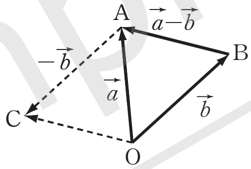


例 右図の正方形ABCDにおいて，ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$の逆ベクトルは，

$\overrightarrow{\mathrm{BA}}$と $\boxed{\text{❻}\quad}$

6 ベクトルの減法

2つのベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$に対して，$\vec{a}$に$\vec{b}$の逆ベクトル$-\vec{b}$を加えたベクトル$\vec{a}+(-\vec{b})$を$\vec{a}-\vec{b}$と表し，これを$\vec{a}$から$\vec{b}$を引いた差という。



例 右図で，$\vec{a}-\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{BO}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+$ $\boxed{\text{❼}\quad}$

$=\overrightarrow{\mathrm{OC}}=$ $\boxed{\text{❽}\quad}$

よって，3点O，A，Bについて，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{BA}}$

ベクトルの減法

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{BA}}$

同じ

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}$

同じ

7 ベクトルの実数倍

ベクトル$\vec{a}$と実数kに対して，$k\vec{a}$を次のようなベクトルと定める。

$\vec{a}\neq\vec{0}$のとき

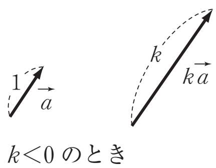
(1) $k>0$のとき，$\vec{a}$と同じ向きで，大きさが$|\vec{a}|$のk倍
特に，$k=1$のときは，$k\vec{a}=\vec{a}$

(2) $k=0$のとき，$\vec{0}$（零ベクトル）

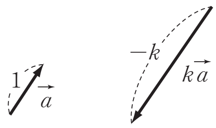
(3) $k<0$のとき，$\vec{a}$と反対の向きで，大きさが$|\vec{a}|$の$-k$倍
特に，$k=-1$のときは，$k\vec{a}=-\vec{a}$

$\vec{a}=\vec{0}$のとき
任意の実数kに対して，$k\vec{0}=\vec{0}$と定める。

$k>0$のとき



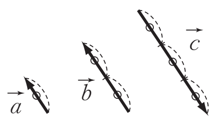
$k<0$のとき



例 右図において，

$\vec{b}=$ $\boxed{\text{❾}\quad}$ $\vec{a}$，$\vec{c}=$ $\boxed{\text{❿}\quad}$ $\vec{a}$

である。



解答 ❶ 1　❷ $\vec{0}$　❸ 0　❹ $\vec{a}$　❺ $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$　❻ $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$　❼ $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$　❽ $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$　❾ 2　❿ -3

例題4　[単位ベクトルと零ベクトル] ➡4

次の **解答** の□にあてはまることばや記号を入れよ。

解答

(1)　$|\overrightarrow{AB}|=1$ であるベクトル $\overrightarrow{AB}$ を **1** □ ベクトルという。

(2)　$\vec{a}+\vec{x}=\vec{a}$ を満たすベクトル $\vec{x}$ を **2** □ ベクトルといい，**3** □ で表す。

類題4　次の□にあてはまる数や記号を入れよ。

$\overrightarrow{AB}$ が単位ベクトルのとき，$|\overrightarrow{AB}|=$ ア を満たす。

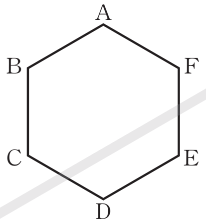
また，$\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=$ イ である。

例題5　[逆ベクトル，ベクトルの減法] ➡5, 6

右図の正六角形ABCDEFにおいて，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1)　$\overrightarrow{DE}$

(2)　$\overrightarrow{FB}$



解答

(1)　$\overrightarrow{DE}=-\overrightarrow{ED}=-\overrightarrow{AB}=$ **4** □

(2)　$\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{AB}-$ **5** □ $=$ **6** □

類題5　**例題5**の正六角形ABCDEFにおいて，$\overrightarrow{AC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AE}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1)　$\overrightarrow{DF}$　　　(2)　$\overrightarrow{BF}$

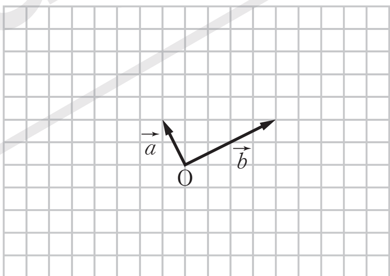
例題6　[ベクトルの実数倍] ➡7

$\vec{a}$，$\vec{b}$ が右図のように与えられているとき，次のベクトルを点Oを始点として図示せよ。

(1)　$2\vec{b}$

(2)　$\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}$

(3)　$2\vec{a}-\vec{b}$

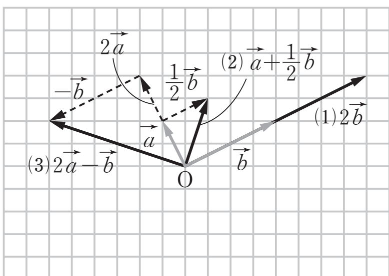


解答

(1)　$\vec{b}$ と同じ向きで大きさが **7** □ 倍のベクトルを作る。

(2)　$\vec{a}$ の終点を始点として **8** □ $\vec{b}$ を作り，その終点と点Oを結ぶ。

(3)　$2\vec{a}$ の終点を始点として $-\vec{b}$ を作り，その終点と点Oを結ぶ。



類題6　**例題6**の図で，次のベクトルを点Oを始点として図示せよ。

(1)　$-2\vec{a}$　　　(2)　$2\vec{a}+\vec{b}$　　　(3)　$\vec{a}-\dfrac{1}{2}\vec{b}$

ヒント

↔ 実数 a，x について，$a+x=a$ を満たす $x=0$ に相当するベクトルが $\vec{0}$ である。

すなわち

$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$

である。

例題4の答

1 単位　**2** 零

3 $\vec{0}$

↔ $\overrightarrow{DE}=-\overrightarrow{ED}$

↔ $\overrightarrow{FB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AF}$

例題5の答

4 $-\vec{a}$　**5** $\overrightarrow{AF}$

6 $\vec{a}-\vec{b}$

例題6の答

7 2　**8** $\dfrac{1}{2}$

8 ベクトルの演算

ベクトルの実数倍について，次の法則が成り立つ。

k，ℓ を実数とするとき

(1) $k(\ell\vec{a})=(k\ell)\vec{a}$

(2) $(k+\ell)\vec{a}=k\vec{a}+\ell\vec{a}$

(3) $k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$

例 $2(-3\vec{a})=$ ❶ $\vec{a}$

$2\vec{a}+7\vec{a}=$ ❷ $\vec{a}$

$4(\vec{a}+\vec{b})=$ ❸ $\vec{a}+$ ❹ $\vec{b}$

⇔ ベクトルの計算は多項式の計算と同様に行える。

k，ℓ，a，b を実数とするとき

(1) $k(\ell a)=(k\ell)a$

(2) $(k+\ell)a=ka+\ell a$

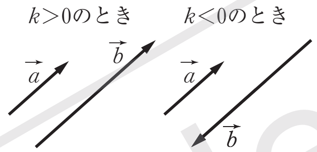
(3) $k(a+b)=ka+kb$

9 ベクトルの平行

$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が同じ向き，または反対の向きであるとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行であるといい，$\vec{a}/\!/\vec{b}$ と表す。

このとき，

$\vec{a}/\!/\vec{b} \iff \vec{b}=k\vec{a}$ となる実数 k がある



ここで，$k>0$ のときは $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が同じ向き，$k<0$ のときは $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が反対の向きになる。

⇔ $\vec{b}\neq\vec{0}$ なので $k\neq0$

例 $\vec{e}$ を単位ベクトルとするとき，$\vec{e}$ と平行で大きさが 2 のベクトルは $2\vec{e}$ と $-2\vec{e}$ の 2 つがある。

⇔ $2\vec{e}$ は $\vec{e}$ と同じ向き，$-2\vec{e}$ は $\vec{e}$ と反対の向き。

例 $|\vec{a}|=3$ のとき，$\vec{a}$ と平行な単位ベクトルは ❺ $\vec{a}$ と $-$ ❺ $\vec{a}$ の 2 つがある。

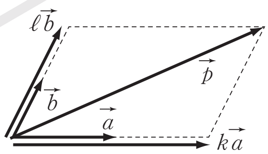
⇔ $\vec{a}$ と平行な単位ベクトルは，$\pm\dfrac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$

10 ベクトルの 1 次独立と分解

$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が平行でないことを，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は 1 次独立であるという。このとき，任意のベクトル $\vec{p}$ は，実数 k，ℓ を用いて

$\vec{p}=k\vec{a}+\ell\vec{b}$

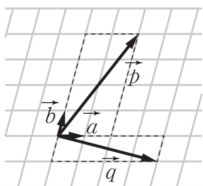
とただ 1 通りに表せる。



例 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{p}$，$\vec{q}$ が右図のように与えられているとき，$\vec{p}$，$\vec{q}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表すと

$\vec{p}=$ ❻ $\vec{a}+$ ❼ $\vec{b}$

$\vec{q}=$ ❽ $\vec{a}-\vec{b}$



⇔ △OAB で，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は 1 次独立である。

⇔ 右辺 $k\vec{a}+\ell\vec{b}$ をベクトルの 1 次結合の式という。

⇔ $\vec{p}$，$\vec{q}$ が $\vec{a}$，$\vec{b}$ と平行な辺をもつ平行四辺形の対角線となるように分解する。

解答 ❶ -6 ❷ 9 ❸ 4 ❹ 4 ❺ $\dfrac{1}{3}$ ❻ 2 ❼ 4 ❽ 4

例題7 ［ベクトルの演算］➡8

次の問いに答えよ。

(1) $(5\vec{a}-\vec{b})-(2\vec{a}-4\vec{b})$ を計算せよ。

(2) $3\vec{a}+4\vec{x}=2(\vec{x}-\vec{a})+6\vec{b}$ を満たす $\vec{x}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

解答

(1) $(5\vec{a}-\vec{b})-(2\vec{a}-4\vec{b})=(5-2)\vec{a}+\left(\boxed{\ 1\ }+4\right)\vec{b}=3\vec{a}+\boxed{\ 2\ }$

(2) $3\vec{a}+4\vec{x}=2\vec{x}-\boxed{\ 3\ }\vec{a}+\boxed{\ 4\ }\vec{b}$ より

$2\vec{x}=\boxed{\ 5\ }\vec{a}+\boxed{\ 4\ }\vec{b}$　　よって，$\vec{x}=\boxed{\ 6\ }$

類題7　次の問いに答えよ。

(1) $3(2\vec{a}-\vec{b})-5(3\vec{a}+2\vec{b})$ を計算せよ。

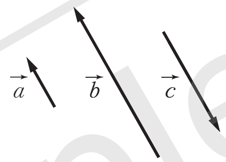
(2) $\vec{x}+2\vec{a}-3\vec{b}=2(\vec{x}-\vec{a})-(\vec{a}+2\vec{b})$ を満たす $\vec{x}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

例題8 ［ベクトルの平行］➡9

右図で，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ は互いに平行で，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=6$，$|\vec{c}|=4$ であるとき，次の問いに答えよ。

(1) $\vec{b}$，$\vec{c}$ をそれぞれ $\vec{a}$ を用いて表せ。

(2) $\vec{a}$ と平行な単位ベクトルを $\vec{a}$ を用いて表せ。



解答

(1) $\vec{b}$ は $\vec{a}$ と同じ向きで大きさが3倍であるから，$\vec{b}=\boxed{\ 7\ }\vec{a}$

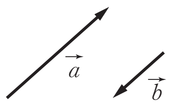
$\vec{c}$ は $\vec{a}$ と反対の向きで大きさが2倍であるから，$\vec{c}=\boxed{\ 8\ }\vec{a}$

(2) $|\vec{a}|=2$ なので，$\vec{a}$ と平行な単位ベクトルは，$\frac{1}{2}\vec{a}$ と $\boxed{\ 9\ }\vec{a}$

類題8　右図で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行で，$|\vec{a}|=\frac{1}{3}$，$|\vec{b}|=\frac{1}{6}$ であるとき，次の問いに答えよ。

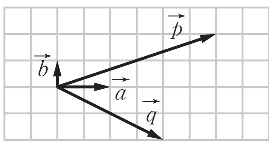
(1) $\vec{b}$ を $\vec{a}$ を用いて表せ。

(2) $\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルを $\vec{a}$ を用いて表せ。



例題9 ［ベクトルの1次独立と分解］➡10

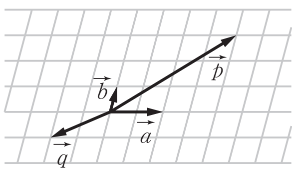
$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{p}$，$\vec{q}$ が右図のように与えられているとき，$\vec{p}$，$\vec{q}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。



解答

$\vec{p}=\boxed{\ 10\ }\vec{a}+\boxed{\ 11\ }\vec{b}$　　$\vec{q}=\boxed{\ 12\ }\vec{a}-\boxed{\ 13\ }\vec{b}$

類題9　$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{p}$，$\vec{q}$ が右図のように与えられているとき，$\vec{p}$，$\vec{q}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。



ヒント

⇔ ベクトルの計算は多項式と同様に行う。

⇔ x の1次方程式を解く要領で行う。

例題7の答

① -1　② $3\vec{b}$
③ 2　④ 6　⑤ -5
⑥ $-\frac{5}{2}\vec{a}+3\vec{b}$

⇔ $\vec{a}/\!/\vec{b}$ のとき $\vec{b}=k\vec{a}$ と表され，$\vec{a}$，$\vec{b}$ は $k>0$ ならば同じ向きで，$k<0$ ならば反対の向き。
$|\vec{b}|$ は $|\vec{a}|$ の $|k|$ 倍。

例題8の答

⑦ 3　⑧ -2
⑨ $-\frac{1}{2}$

⇔ $\vec{p}$，$\vec{q}$ がそれぞれ対角線となるような平行四辺形を考える。

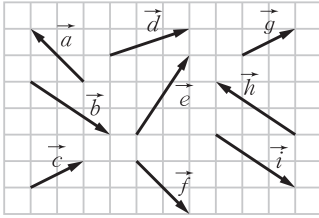
例題9の答

⑩ 3　⑪ 2　⑫ 2
⑬ 2

確　認　問　題

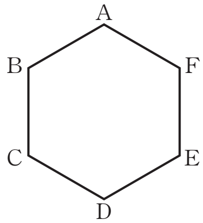
1 右図のベクトルのうち，等しいベクトルの組をすべて答えよ。

↔ 例題2



2 右図の正六角形ABCDEFにおいて，次のベクトルを1つのベクトルで表せ。

↔ 例題3



(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{CE}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{CE}}$

3 **2**の正六角形ABCDEFで，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

↔ 例題5

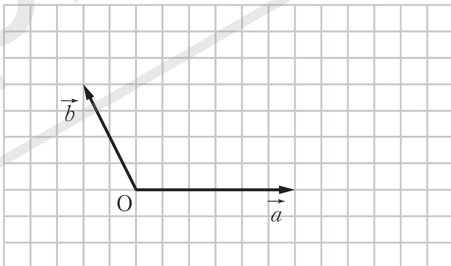
(1)　$\overrightarrow{\mathrm{DB}}$

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{BE}}$

4 $\vec{a}$，$\vec{b}$ が右図のように与えられているとき，次のベクトルを点Oを始点として図示せよ。↔ 例題6

(1)　$2\vec{a}+\vec{b}$

(2)　$\dfrac{2}{3}\vec{a}-\dfrac{1}{2}\vec{b}$



5 次の問いに答えよ。↔ 例題7

(1)　$2(\vec{a}+2\vec{b})-4(3\vec{a}-2\vec{b})$ を計算せよ。

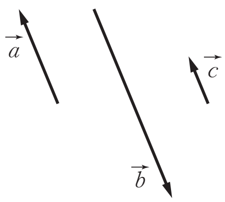
(2)　$\dfrac{3}{2}(5\vec{a}-\vec{b})-\dfrac{1}{3}(2\vec{a}+3\vec{b})$ を計算せよ。

(3)　$3\vec{a}-\vec{x}=4\vec{x}+2\vec{a}-3\vec{b}$ を満たす $\vec{x}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

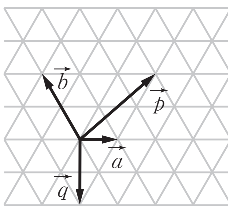
6 右図で，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ は互いに平行で，$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=6$，$|\vec{c}|=\dfrac{3}{2}$ であるとき，次の問いに答えよ。↔ 例題8

(1)　$\vec{b}$，$\vec{c}$ をそれぞれ $\vec{a}$ を用いて表せ。

(2)　$\vec{a}$ と反対の向きの単位ベクトルを $\vec{a}$ を用いて表せ。

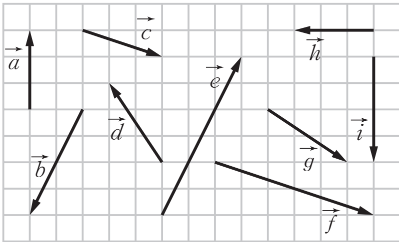


7 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{p}$，$\vec{q}$ が右図のように与えられているとき，$\vec{p}$，$\vec{q}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。↔ 例題9



基本問題

1 右図において，次の条件を満たすベクトルの組をすべて答えよ。



(1) 互いに平行なベクトルの組

(2) 大きさが等しいベクトルの組

2 次の等式が成り立つことを証明せよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}+\overrightarrow{\mathrm{DA}}=\vec{0}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{CB}}$

3 $\vec{x}=2\vec{a}+3\vec{b}$，$\vec{y}=3\vec{a}-\vec{b}$ のとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1) $2\vec{x}-5\vec{y}$

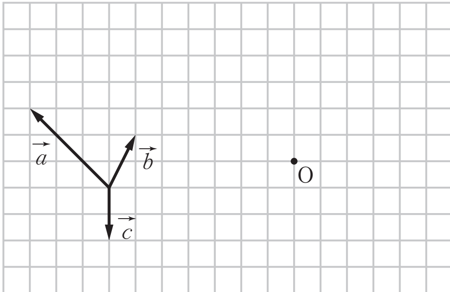
(2) $\dfrac{1}{3}(\vec{x}+\vec{y})-\dfrac{1}{4}(\vec{x}-2\vec{y})$

4 次の等式を満たす $\vec{x}$，$\vec{y}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1) $\begin{cases} \vec{x}+2\vec{y}=-\vec{a} \\ \vec{x}-2\vec{y}=5\vec{a} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \vec{x}+3\vec{y}=\vec{a}-2\vec{b} \\ 2\vec{x}-\vec{y}=3\vec{b} \end{cases}$

5 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ が右図のように与えられているとき，次のベクトルを点Oを始点として図示せよ。

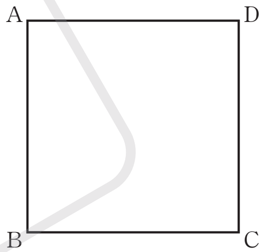


(1) $2\vec{a}$　　(2) $-\dfrac{1}{3}\vec{a}$

(3) $\vec{a}+\vec{b}$　　(4) $\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{c}$

(5) $2\vec{b}-\vec{a}+\vec{c}$

6 右図のような１辺の長さが１の正方形ABCDで，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}$ とする。$\overrightarrow{\mathrm{BD}}$ と同じ向きの単位ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

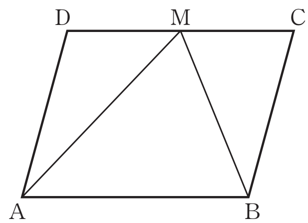


7 右図の平行四辺形ABCDにおいて，辺CDの中点をMとする。
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{DM}}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{BM}}$



応　用　問　題

1　四角形ABCDにおいて，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ ならば，四角形ABCDはどのような四角形か。

2　1辺の長さが2で，$\angle AOC=60^\circ$ のひし形OABCにおいて，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{OB}$ と同じ向きの単位ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

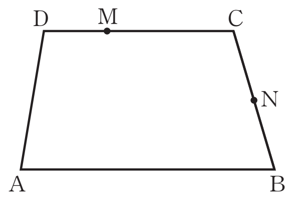
3　正六角形ABCDEFにおいて，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1)　$\overrightarrow{AF}$

(2)　$\overrightarrow{AE}$

(3)　$\overrightarrow{CE}$

4　右図の台形ABCDにおいて，AB＝4，CD＝3，$\overrightarrow{CM}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CD}$ を満たす点をM，辺BCの中点をNとする。$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。



(1)　$\overrightarrow{DM}$

(2)　$\overrightarrow{BC}$

(3)　$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{DN}$