高校新演習 数学Ⅱ

目　次

第1講 >>> 式と証明(1)

基　礎　学　習

1 ３次式の展開

３次式の展開については次の公式を使う。

$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ ……Ⓐ

$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$ ……Ⓑ

$(a+b)^3=a^3+$ ❶ a^2b+ ❷ ab^2+b^3 ……Ⓒ

$(a-b)^3=a^3-$ ❸ a^2b+ ❹ ab^2-b^3

2 ３次式の因数分解

1の公式Ⓐ・Ⓑの左辺と右辺を逆にすると，因数分解の公式になる。

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$　　$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

この公式を使うと，次のように因数分解ができる。

$a^3+8=a^3+2^3=(a+2)\left(a^2-\right.$ ❺ $\left.+4\right)$

$27x^3-y^3=($ ❻ $)^3-y^3=($ ❻ $-y)($ ❼ $+$ ❽ $xy+y^2)$

3 二項定理

$(a+b)^n=(a+b)(a+b)\cdots(a+b)$　　（n 個の $(a+b)$ の積）

を展開したときに現れる項は，それぞれの因数から a と b のいずれかを取ってかけ合わせたものになる。

因数は全部で n 個あるから，b を r 個取ったら，a は $n-r$ 個取ることになる。

これらの積は ❾ となるが，このような項は，n 個の因数から b を取り出す r 個の因数を選ぶ選び方の個数だけある。

したがって，❾ の係数は ❿ となる。

ここで，r の値は ⓫ から ⓬ までの整数値である。

すなわち，$(a+b)^n$ の展開式は，次のようになる。

$(a+b)^n={}_nC_0a^n+{}_nC_1a^{n-1}b+\cdots+{}_nC_ra^{n-r}b^r+\cdots+{}_nC_{n-1}ab^{n-1}+{}_nC_nb^n$

これを二項定理という。

${}_nC_ra^{n-r}b^r$ を一般項，各項の係数の ${}_nC_0$，${}_nC_1$，…，${}_nC_r$，…，${}_nC_n$ を二項係数という。

4 二項定理の応用

二項定理の式で，$a=1$，$b=x$ とした式

$(1+x)^n={}_nC_0+{}_nC_1x+\cdots+{}_nC_rx^r+\cdots+{}_nC_{n-1}x^{n-1}+{}_nC_nx^n$

において，x にいろいろな値を代入すると二項係数の間に成り立つ関係式が得られる。

例　$x=1$ とおくと，${}_nC_0+{}_nC_1+\cdots+{}_nC_r+\cdots+{}_nC_n=$ ⓭

$x=-1$ とおくと，${}_nC_0-{}_nC_1+{}_nC_2-{}_nC_3+\cdots+(-1)^n{}_nC_n=$ ⓮

↔ ３次式の展開

公式Ⓒは

$(a+b)^3$

$=(a+b)^2(a+b)$

$=(a^2+2ab+b^2)(a+b)$

を展開･整理して導く。

↔ 多項式の展開の意味

$(a+b)(c+d)(e+f)$

のような形の式を展開した式は

a，b のうちの片方

c，d のうちの片方

e，f のうちの片方

をかけ合わせたものを，すべての取り方にわたって加えたもの。

point

パスカルの三角形

1

1　1　　$n=1$

1　2　1　　$n=2$

1　3　3　1　　$n=3$

1　4　6　4　1　　$n=4$

上図で各段の両端は１，その他は，左上と右上の数の和になっている。

この図をパスカルの三角形といい，各段には二項係数が並んでいる。

解答　❶ 3　❷ 3　❸ 3　❹ 3　❺ $2a$　❻ $3x$　❼ $9x^2$　❽ 3　❾ $a^{n-r}b^r$　❿ ${}_nC_r$　⓫ 0　⓬ n　⓭ 2^n　⓮ 0

例題 1

次の式を展開せよ。

(1)　$(a+1)(a^2-a+1)$　　(2)　$(x-2)(x^2+2x+4)$

(3)　$(3x+2y)^3$　　(4)　$(a-2b)^3$

解答

(1)　与式$=a^3+\boxed{\text{1}\quad}$　　(2)　与式$=x^3-\boxed{\text{2}\quad}$

(3)　$(3x+2y)^3=27x^3+\boxed{\text{3}\quad}x^2y+\boxed{\text{4}\quad}xy^2+8y^3$

(4)　$(a-2b)^3=a^3-\boxed{\text{5}\quad}a^2b+\boxed{\text{6}\quad}ab^2-8b^3$

類題 1　次の式を展開せよ。

(1)　$(a+2)(a^2-2a+4)$　　(2)　$(x-3)(x^2+3x+9)$

(3)　$(x+2y)^3$　　(4)　$(2a-3b)^3$

例題 2

次の式を因数分解せよ。

(1)　$64x^3+27y^3$　　(2)　x^3-8y^3

解答

(1)　$64x^3+27y^3=(4x)^3+(3y)^3=(4x+3y)\left(\boxed{\text{7}\quad}x^2-\boxed{\text{8}\quad}xy+\boxed{\text{9}\quad}y^2\right)$

(2)　$x^3-8y^3=(x)^3-(2y)^3=(x-2y)\left(x^2+\boxed{\text{10}\quad}xy+\boxed{\text{11}\quad}y^2\right)$

類題 2　次の式を因数分解せよ。

(1)　x^3+64y^3　　(2)　$8x^3-27y^3$

例題 3

次の式を展開したときの[　]内の項の係数を求めよ。

(1)　$(2x+3)^4$　$[x^3]$　　(2)　$(x-2y)^7$　$[x^5y^2]$

解答

(1)　展開式の一般項は，${}_4\mathrm{C}_r(2x)^{4-r}\cdot 3^r={}_4\mathrm{C}_r2^{4-r}\cdot 3^rx^{4-r}$

x^3の項は　$r=\boxed{\text{12}\quad}$のときであるから，求める係数は，${}_4\mathrm{C}_1\cdot 2^3\cdot 3=\boxed{\text{13}\quad}$

(2)　展開式の一般項は，${}_7\mathrm{C}_rx^{7-r}\cdot(-2y)^r={}_7\mathrm{C}_r\cdot(-2)^rx^{7-r}y^r$

x^5y^2の項は　$r=\boxed{\text{14}\quad}$のときであるから，求める係数は，${}_7\mathrm{C}_2\cdot(-2)^2=\boxed{\text{15}\quad}$

類題 3　次の式を展開したときの[　]内の項の係数を求めよ。

(1)　$(3x+1)^5$　$[x]$　　(2)　$(x-3y)^6$　$[x^4y^2]$

例題 4

${}_8\mathrm{C}_0+{}_8\mathrm{C}_1+{}_8\mathrm{C}_2+\cdots\cdots+{}_8\mathrm{C}_8$の値を求めよ。

解答

$(1+x)^8={}_8\mathrm{C}_0+{}_8\mathrm{C}_1x+{}_8\mathrm{C}_2x^2+\cdots\cdots+{}_8\mathrm{C}_8x^8$において，$x=\boxed{\text{16}\quad}$とおくと

${}_8\mathrm{C}_0+{}_8\mathrm{C}_1+{}_8\mathrm{C}_2+\cdots\cdots+{}_8\mathrm{C}_8=2^{\boxed{\text{17}}}=\boxed{\text{18}\quad}$

類題 4　${}_9\mathrm{C}_0+{}_9\mathrm{C}_1+{}_9\mathrm{C}_2+\cdots\cdots+{}_9\mathrm{C}_9$の値を求めよ。

ヒント

例題 1 の答

1　1　2　8　3　54
4　36　5　6　6　12

$a^3\pm b^3$ の因数分解

覚えにくい公式なので，正しく理解しよう。

同符号

$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$

異符号

例題 2 の答

7　16　8　12　9　9
10　2　11　4

$(x-2y)^7=\{x+(-2y)\}^7$ とみなす。

例題 3 の答

12　1　13　96　14　2
15　84

例題 4 の答

16　1　17　8　18　256

5 整式の割り算の関係式

2つの整式$A(x)$，$B(x)$について，

$A(x)$を$B(x)$で割ったときの商が$Q(x)$，余りが$R(x)$であるとき，

$A(x)=B(x)$［❶　　］＋［❷　　］　（$R(x)$の次数）＜（$B(x)$の次数）

が成り立つ。

6 整式の割り算の計算法

整式$A(x)$を$B(x)$で割ったときの商と余りを求める手順は，

(1)　$A(x)$の最高次の項ax^nを$B(x)$の最高次の項bx^mで割って，

$r(x)=$［❸　　］を求める。

(2)　$A(x)-B(x)r(x)$を求める。

(3)　(2)の式の最高次の項と$B(x)$の最高次の項から，(1)，(2)のように計算し，余りが$B(x)$より次数が低くなるまでくり返す。

例　$A(x)=x^3+x^2-7x+1$を$B(x)=x+3$で割ると

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2-2x-1 \\
\hline
x+3 & x^3+x^2-7x+1 \\
 & \text{［❹　　］} \\
\hline
 & -2x^2-7x \\
 & \text{［❺　　］} \\
\hline
 & -x+1 \\
 & -x-3 \\
\hline
 & \text{［❻　　］}
\end{array}
$$

この計算から，商は［❼　　］，余りは［❽　　］である。

例　$A(x)=6x^3-5x^2+7x+1$を$B(x)=3x^2-x+2$で割ると

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x-1 \\
\hline
3x^2-x+2 & 6x^3-5x^2+7x+1 \\
 & 6x^3-2x^2+4x \\
\hline
 & \text{［❾　　］}+1 \\
 & -3x^2+x-2 \\
\hline
 & \text{［❿　　］}
\end{array}
$$

この計算から，商は［⓫　　］，余りは［⓬　　］である。

整数の割り算

正の整数aを正の整数bで割ったときの商がq，余りがrのとき，

$a=bq+r$　$(0\leqq r<b)$

が成り立つ。

整式の割り算についての関係式も，これとの関連で覚えておくとよい。

降べきの順に整理

整式の割り算では，割る式も割られる式も必ず降べきの順に整理しておく。

また，x^3+x+1のようなときは，x^2の項の場所を空けておく。

係数を取り出した計算

式全体を書かずに係数のみを取り出して計算してもよい。

左の1つ目の例では，

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -2 & -1 & \\
\hline
1\ \ 3 & 1 & 1 & -7 & 1 \\
 & 1 & 3 & & \\
\hline
 & & -2 & -7 & \\
 & & -2 & -6 & \\
\hline
 & & & -1 & 1 \\
 & & & -1 & -3 \\
\hline
 & & & & 4
\end{array}
$$

のようになる。

解答　❶ $Q(x)$　❷ $R(x)$　❸ $\dfrac{a}{b}x^{n-m}$　❹ x^3+3x^2　❺ $-2x^2-6x$　❻ 4　❼ x^2-2x-1　❽ 4　❾ $-3x^2+3x$　❿ $2x+3$　⓫ $2x-1$　⓬ $2x+3$

例題5

次の整式Aを整式Bで割ったときの商と余りを求めよ。

(1)　$A=2-x+3x^2$，$B=-2+x$　　(2)　$A=2x^3-x+1$，$B=x^2-x-2$

解答

(1)　右の計算により，

商は $\boxed{3}$

余りは $\boxed{4}$

$$\begin{array}{r@{\,}l}
 & 3x+\boxed{1} \\
x-2 \,) & 3x^2-x+2 \\
 & 3x^2-6x \\ \hline
 & \boxed{1}\,x+2 \\
 & \boxed{1}\,x-10 \\ \hline
 & \boxed{2}
\end{array}$$

(2)　右の計算により，

商は $\boxed{8}$

余りは $\boxed{9}$

$$\begin{array}{r@{\,}l}
 & 2x+\boxed{5} \\
x^2-x-2 \,) & 2x^3\qquad -x+1 \\
 & 2x^3-2x^2-4x \\ \hline
 & 2x^2+3x+1 \\
 & \boxed{6} \\ \hline
 & \boxed{7}
\end{array}$$

類題5　次の整式Aを整式Bで割ったときの商と余りを求めよ。

(1)　$A=-4-3x+6x^2$，$B=1+x$　　(2)　$A=3x^3+x^2-8$，$B=x^2-2x-1$

例題6

次の問いに答えよ。

(1)　整式Aをx^2+2x-3で割ったときの商が$2x+1$，余りが$2x-1$である。このとき，整式Aを求めよ。

(2)　$A=6x^3-x^2+4x+1$を整式Bで割ったときの商が$3x+1$，余りが$2x$である。このとき，整式Bを求めよ。

解答

(1)　$A=(x^2+2x-3)\left(\boxed{10}\right)+\boxed{11}$

$=\boxed{12}\,x^3+\boxed{13}\,x^2-\boxed{14}\,x-\boxed{15}$

(2)　$6x^3-x^2+4x+1=B(3x+1)+\boxed{16}$ より，

$B(3x+1)=6x^3-x^2+\boxed{17}\,x+1$

右辺を$3x+1$で割って，$B=\boxed{18}$

$$\begin{array}{r@{\,}l}
 & 2x^2-x+1 \\
3x+1 \,) & 6x^3-x^2+2x+1 \\
 & 6x^3+2x^2 \\ \hline
 & -3x^2+2x \\
 & -3x^2-x \\ \hline
 & 3x+1 \\
 & 3x+1 \\ \hline
 & 0
\end{array}$$

類題6　次の問いに答えよ。

(1)　整式Aをx^2+3x+5で割ったときの商が$3x-4$，余りが$-2x+9$である。このとき，整式Aを求めよ。

(2)　$A=8x^3+6x^2-4x+2$を整式Bで割ったときの商が$2x+3$，余りが$3x-1$である。このとき，整式Bを求めよ。

ヒント

降べきの順に整理

整式の割り算では，必ず降べきの順に整理してから計算する。

(2)のように，x^2の項が抜けているときはその場所を空けておく。

例題5の答

1　5	2　12
3　$3x+5$	4　12
5　2	6　$2x^2-2x-4$
7　$5x+5$	8　$2x+2$
9　$5x+5$	

整式の割り算の関係式

整式Aを整式Bで割ったときの商がQ，余りがRのとき，

$A=BQ+R$

(Rの次数)$<$(Bの次数)

が成り立つ。

例題6の答

10　$2x+1$	11　$2x-1$
12　2	13　5
14　2	15　4
16　$2x$	17　2
18　$2x^2-x+1$	

7 分数式

2つの整式A，Bを用いて$\dfrac{A}{B}$と表される式を，分数式という。
ただし，$B \neq 0$とする。

AがBで割り切れる場合（Bが定数である場合も含まれる）には，
$\dfrac{A}{B}$は $\boxed{\text{❶}\quad}$ となる。

$\dfrac{A}{B}$について，Aを $\boxed{\text{❷}\quad}$，Bを $\boxed{\text{❸}\quad}$ という。

整式と分数式をまとめて，$\boxed{\text{❹}\quad}$ という。

8 約分と通分

分数式は，分母と分子の両方に0以外の同じ式をかけたり割ったりして変形することができる。

分母と分子が同じ因数を含めば，その因数で割って簡単にできる。

この操作を $\boxed{\text{❺}\quad}$ という。

これ以上約分できない分数式を $\boxed{\text{❻}\quad}$ 分数式という。

分母の異なる2つ以上の分数式があるとき，それぞれの分母と分子に同じ式をかけて分母をそろえることができる。

この操作を $\boxed{\text{❼}\quad}$ という。

通分のときの共通分母

通分の操作では共通の分母の次数ができるだけ低くなるようにする。

そのためには，あらかじめそれぞれの分母を因数分解しておく。

例
$$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2-1}$$
$$=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{(x+1)(x-1)}$$
$$=\frac{x+1-1}{(x+1)(x-1)}$$
$$=\frac{x}{(x+1)(x-1)}$$

この計算を，
$$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2-1}$$
$$=\frac{(x^2-1)-(x-1)}{(x-1)(x^2-1)}$$
のようにするのは誤りではないが，繁雑になりミスをしやすくなる。

9 分数式の計算

分数式の加減は，通分してから計算し，結果が約分できるときは約分して既約分数式にしておく。

乗法は，それぞれの分母と分子を因数分解し，約分できるときは約分する。

除法は，割る式の分母と分子を入れかえたものをかける。

例
$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}=\frac{\boxed{\text{❽}\quad}}{x(x+1)}+\frac{\boxed{\text{❾}\quad}}{x(x+1)}=\boxed{\text{❿}\quad}$$
$$\frac{x^2-x-2}{x^2+x}\times\frac{x^2}{x-2}=\frac{(x+1)\left(\boxed{\text{⓫}\quad}\right)}{x\left(\boxed{\text{⓬}\quad}\right)}\times\frac{x^2}{x-2}=\boxed{\text{⓭}\quad}$$
$$\frac{a^2-4}{a^2+4a+4}\div\frac{a-2}{a+2}=\frac{(a-2)\left(\boxed{\text{⓮}\quad}\right)}{\left(\boxed{\text{⓯}\quad}\right)^2}\times\frac{\boxed{\text{⓰}\quad}}{\boxed{\text{⓱}\quad}}=\boxed{\text{⓲}\quad}$$

解答 ❶ 整式　❷ 分子　❸ 分母　❹ 有理式　❺ 約分　❻ 既約　❼ 通分　❽ $x+1$　❾ x
❿ $\dfrac{2x+1}{x(x+1)}$　⓫ $x-2$　⓬ $x+1$　⓭ x　⓮ $a+2$　⓯ $a+2$　⓰ $a+2$　⓱ $a-2$　⓲ 1

例題7

次の式を簡単にせよ。

(1) $\dfrac{9ab^3c}{6a^3bc^5}$　　(2) $\dfrac{x+1}{x^2-1}$　　(3) $\dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}$

解答

(1) $\dfrac{9ab^3c}{6a^3bc^5}=\boxed{\text{1}}$

(2) $\dfrac{x+1}{x^2-1}=\dfrac{x+1}{(x+1)\left(\boxed{\text{2}}\right)}=\boxed{\text{3}}$

(3) $\dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}=\dfrac{(x+1)\left(\boxed{\text{4}}\right)}{(x+1)\left(\boxed{\text{5}}\right)}=\boxed{\text{6}}$

類題7　次の式を簡単にせよ。

(1) $\dfrac{6a^2b^3c^4}{8ab^5c^4}$　　(2) $\dfrac{x-3}{x^2-9}$　　(3) $\dfrac{x^3-1}{x^2+5x-6}$

例題8

次の式を計算せよ。

(1) $\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{3x+5}{x+1}$　　(2) $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}$

(3) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-2}$　　(4) $\dfrac{1}{x(x-1)}+\dfrac{1}{x(x+1)}$

(5) $\dfrac{x^2+2x}{x^2-1}\times\dfrac{x+1}{x+2}$　　(6) $\dfrac{x^3-y^3}{x^2-y^2}\div\dfrac{x^2+xy+y^2}{x+y}$

解答

(1) $\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{3x+5}{x+1}=\dfrac{\boxed{\text{7}}\,x+\boxed{\text{8}}}{x+1}=\boxed{\text{9}}$

(2) $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{x+1-\boxed{\text{10}}}{x(x+1)}=\boxed{\text{11}}$

(3) $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{x-2+\boxed{\text{12}}}{(x+1)(x-2)}=\boxed{\text{13}}$

(4) $\dfrac{1}{x(x-1)}+\dfrac{1}{x(x+1)}=\dfrac{x+1+\boxed{\text{14}}}{x(x-1)(x+1)}=\dfrac{\boxed{\text{15}}}{x(x-1)(x+1)}=\boxed{\text{16}}$

(5) $\dfrac{x^2+2x}{x^2-1}\times\dfrac{x+1}{x+2}=\dfrac{x\left(\boxed{\text{17}}\right)}{(x+1)\left(\boxed{\text{18}}\right)}\times\dfrac{x+1}{x+2}=\boxed{\text{19}}$

(6) $\dfrac{x^3-y^3}{x^2-y^2}\div\dfrac{x^2+xy+y^2}{x+y}=\dfrac{(x-y)\left(\boxed{\text{20}}\right)}{(x+y)\left(\boxed{\text{21}}\right)}\times\dfrac{\boxed{\text{22}}}{\boxed{\text{23}}}=\boxed{\text{24}}$

類題8　次の式を計算せよ。

(1) $\dfrac{x+2}{x-1}+\dfrac{5x-8}{x-1}$　　(2) $\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x+3}$

(3) $\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x-2}$　　(4) $\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$

(5) $\dfrac{x^2-4}{x^2+x}\times\dfrac{x}{x-2}$　　(6) $\dfrac{x-y}{x^3+y^3}\div\dfrac{x^2-y^2}{x^2-xy+y^2}$

ヒント

因数分解の公式

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$x^2+(a+b)x+ab$
$=(x+a)(x+b)$

a^3+b^3
$=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

a^3-b^3
$=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

例題7の答

1 $\dfrac{3b^2}{2a^2c^4}$　2 $x-1$

3 $\dfrac{1}{x-1}$　4 $x-2$

5 x^2-x+1

6 $\dfrac{x-2}{x^2-x+1}$

結果は既約分数式に

どんな問題でも，結果はできるだけ簡単な形にしておくのが原則。

分数式の加減の場合は，通分の計算の結果が約分できる形になることがよくある。そのときは，約分をして既約分数式に直しておく必要がある。

例題8の答

7 4　8 4　9 4

10 x　11 $\dfrac{1}{x(x+1)}$

12 $x+1$

13 $\dfrac{2x-1}{(x+1)(x-2)}$

14 $x-1$　15 $2x$

16 $\dfrac{2}{(x-1)(x+1)}$

17 $x+2$　18 $x-1$

19 $\dfrac{x}{x-1}$

20 x^2+xy+y^2　21 $x-y$

22 $x+y$　23 x^2+xy+y^2

24 1

確認問題演習

1 次の式を展開せよ。⇔ **例題1**

(1) $(x+3)(x^2-3x+9)$　　(2) $(a-1)(a^2+a+1)$

(3) $(3x+y)^3$　　(4) $(4a-3b)^3$

2 次の式を因数分解せよ。⇔ **例題2**

(1) $27x^3+y^3$　　(2) $125x^3-8y^3$

3 次の式を展開したときの[　]内の項の係数を求めよ。⇔ **例題3**

(1) $(2x-3)^5$　$[x^2]$　　(2) $(3x+y)^7$　$[x^3y^4]$

4 ${}_7\mathrm{C}_0+{}_7\mathrm{C}_1+{}_7\mathrm{C}_2+\cdots\cdots+{}_7\mathrm{C}_7$ の値を求めよ。⇔ **例題4**

5 次の整式Aを整式Bで割ったときの商と余りを求めよ。⇔ **例題5**

(1) $A=2x^2-9x+5$，$B=x-3$　　(2) $A=x^3+x$，$B=x-2$

6 次の問いに答えよ。⇔ **例題6**

(1) 整式Aを x^2-2x-1 で割ったときの商が$x+3$，余りが $4x-5$ である。このとき，整式Aを求めよ。

(2) $A=2x^3+3x^2-3$ を整式Bで割ったときの商が $2x+3$，余りが$2x$である。このとき，整式Bを求めよ。

7 次の式を簡単にせよ。⇔ **例題7**

(1) $\dfrac{6a^5b^4c^3}{4ab^6c^2}$　　(2) $\dfrac{x+2}{x^2-2x-8}$　　(3) $\dfrac{x^2-4}{x^3+8}$

8 次の式を計算せよ。⇔ **例題8**

(1) $\dfrac{5x+1}{2x-1}+\dfrac{x-4}{2x-1}$　　(2) $\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{3}{3x+7}$

(3) $\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{3}{2x+1}$　　(4) $\dfrac{1}{(x-1)(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+3)}$

(5) $\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-4}\times\dfrac{x-2}{x+1}$　　(6) $\dfrac{x^2+xy+y^2}{x^2-xy+y^2}\div\dfrac{x^3-y^3}{x^3+y^3}$

基本問題演習

1 次の式を展開せよ。

(1) $(2a+5b)^3$

(2) $(4x-y)(16x^2+4xy+y^2)$

(3) $\left(4x-\dfrac{1}{2}\right)^3$

2 次の式を因数分解せよ。

(1) $27x^3+125y^3$

(2) $3p^3-81$

(3) $64a^3+8b^3$

(4) x^4-xy^3

3 次の式を因数分解せよ。

$(x-2y)^3-(y-2x)^3$

4 次の式を展開したときの[　]内の項の係数を求めよ。

(1) $\left(4x-\dfrac{1}{2}\right)^8$　[x^3]

(2) $(3x^2+y)^{10}$　[x^4y^8]

5 次の値を求めよ。

(1) ${}_{10}C_0+{}_{10}C_1+\cdots+{}_{10}C_{10}$

(2) ${}_{10}C_1+{}_{10}C_3+{}_{10}C_5+{}_{10}C_7+{}_{10}C_9$

6 $A=6x^4-x^3-5x+1$ を $B=2x^2-x-1$ で割ったときの商と余りを求めよ。

7 $A=3x^3-2x^2+8x+a$ を整式 B で割ったときの商が $3x+4$，余りが $4x-8$ である。このとき，定数 a の値と整式 B を求めよ。

8 次の式を計算せよ。

(1) $\dfrac{x^2-x-6}{x^2-2x-3}\times\dfrac{2x^2+3x+1}{x^2-4}$　　(2) $\dfrac{2x+2}{x^2+2x}-\dfrac{2x+1}{x^2+x-2}$

9 $A=1+\dfrac{1}{x}$，$B=x-\dfrac{1}{x}$ のとき，$\dfrac{A}{B}$ を簡単にせよ。

応用問題演習

1 次の式を展開せよ。

$(2a-b)^3(2a+b)^3$

2 次の式を因数分解せよ。

x^6-y^6

3 次の式を展開したときの［　］内の項の係数を求めよ。

(1) $(2x-y-3z)^6$　$[xy^3z^2]$

(2) $\left(x^2-x+\dfrac{1}{2}\right)^8$　$[x^{13}]$

4 $2\times{}_8C_1+2^2\times{}_8C_2+\cdots\cdots+2^8\times{}_8C_8$ の値を求めよ。

5 $A=4x^3-x^2-5x+1$ を $B=2x^2+x-4$ で割ったときの商と余りを求めよ。

6 次の式を計算せよ。

(1) $\dfrac{2x^2-7x+3}{x^2+x-2}\div\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-4}\times\dfrac{2x^2+x-3}{2x^2-5x+2}$

(2) $\dfrac{2x-1}{x-1}-\dfrac{2x+3}{x+2}$

(3) $\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}$