

# 第5講

# 抵抗力がはたらく運動

## 基礎学習

### 1 摩擦力

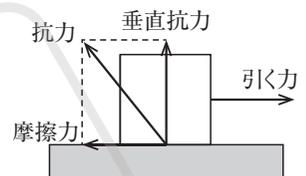
#### ●静止摩擦力

なめらかな面(例、氷上)の上に置かれた物体は、面に平行にほとんど0の力で引いても動き出す。しかし、あらい面上に置かれた物体を $f$ の力で引いても、 $f$ が小さいうちは動かない。物体と面の接触するところで $f$ とは逆向きの**静止摩擦力**がはたらき水平方向の力が釣り合うからである。引く力を大きくしていく、ある限界をこえると、物体は動き出す。その直前の摩擦力を**最大摩擦力**( $F_0$ )といい、 $F_0$ は垂直抗力 $N$ に比例する。

$$F_0 = \mu N \quad (\mu: \text{静止摩擦係数})$$

#### ○抗力

物体が面から受ける力を抗力という。摩擦力がはたらく場合、垂直抗力と摩擦力の合力が抗力となる(右図)。



#### ●動摩擦力

あらい面上を運動する物体は運動を妨げる向きに摩擦力を受ける。これを**動摩擦力**( $F'$ )といい、 $F'$ も最大摩擦力 $F_0$ と同様、垂直抗力( $N$ )に比例する。

$$F' = \mu' N \quad (\mu': \text{動摩擦係数})$$

### Topic

#### 摩擦についての補足

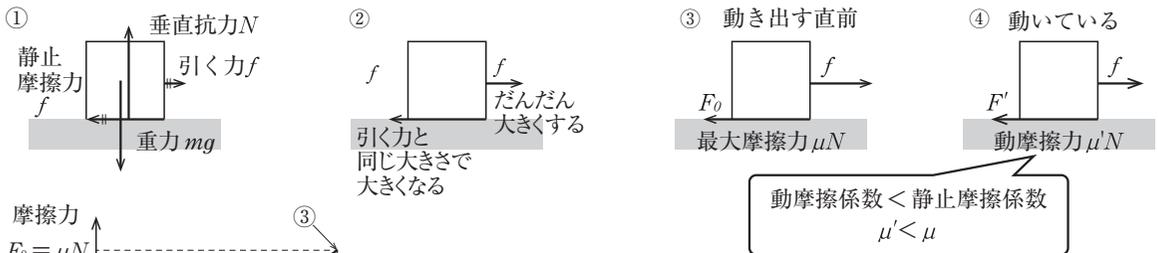
高校物理では、次の2つの法則に従って摩擦現象を考えている。

(i) 摩擦力はみかけの接触面積に依存しない。(ii) 摩擦力は垂直抗力に比例する。

しかし、ゴムのような弾性物体ではこの法則に従わない現象もあり、また、地震などの原因となる地殻変動も摩擦が関わっていて未開拓な分野である。

(なお、上の(i), (ii)はアモントンの法則といい、産業革命時代、フランスで発見された)

物体を引く力 $f$ をだんだん大きくしていったときのようすは次のようになる。 $f$ を大きくするとそれともない静止摩擦力も大きくなり、 $f$ と釣り合っている。 $f$ が最大摩擦力をこえると物体は動き出す。物体が動いているときは動摩擦力がはたらく。



### Topic

金属球(ボールベアリング)や円筒状物体が面上を転がるときにはたらく摩擦力は転がり摩擦といい、動摩擦(すべり摩擦)よりはるかに小さい。

## 2 摩擦力がはたらくさまざまな運動

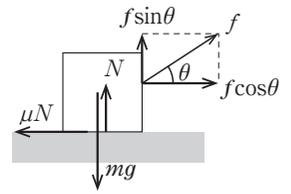
(a) 引く力  $f$  が平面に対して平行にはたらかないときの、物体が動き出す直前の力  $f$  の大きさ

- ①  $f$  を平面に平行な成分  $f \cos \theta$ 、垂直な成分  $f \sin \theta$  に分解する。
- ② 平面から受ける垂直抗力を  $N$  とし、平面に垂直な方向の力のつり合いの式を書き、 $N$  を求める。

$$N + f \sin \theta = mg \quad \therefore N = mg - f \sin \theta$$

- ③ 平面に平行な方向の力のつり合いの式より、 $f$  を求める。

$$f \cos \theta = \mu N, \quad f \cos \theta = \mu (mg - f \sin \theta) \quad \therefore f = \frac{\mu mg}{(\cos \theta + \mu \sin \theta)}$$



(b) 摩擦のある斜面上の物体

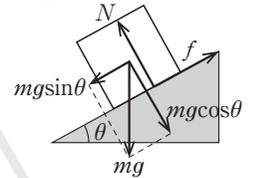
- ① 物体が静止する場合 (図 1)

静止摩擦力  $f$  と重力の斜面に平行な成分  $mg \sin \theta$  がつり合う。

力のつり合いの式は、 $f = mg \sin \theta$

$\theta$  を大きくしていくと、 $mg \sin \theta$  が大きくなり、 $f$  も大きくなる。さらに  $\theta$  を大きくしていくと、 $mg \sin \theta$  が最大摩擦力  $\mu N$  をこえると、物体は斜面下向きにすべり始める。

図 1



- ② 物体が斜面上をすべり下りる場合 (図 2)

物体には動摩擦力  $\mu' N$  が斜面上向きにはたらく。

斜面に垂直な方向の力のつり合いより、

垂直抗力  $N$  は、 $N = mg \cos \theta$

斜面下向きを正とすると、運動方程式は、

$ma = mg \sin \theta - \mu' N$  ( $a$  は加速度) となる。

図 2

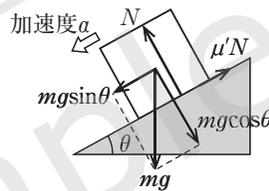
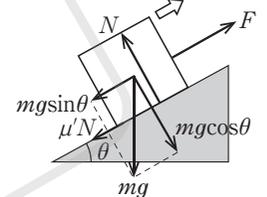


図 3



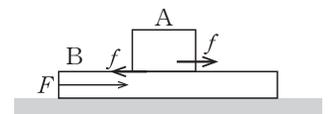
- ③ 物体が斜面上をすべり上がる場合 (図 3)

物体に斜面上向きの力  $F$  を加えて引き上げるとき、動摩擦力  $\mu' N$  は

斜面下向きにはたらく。斜面上向きを正とすると、運動方程式は、

$ma = F - mg \sin \theta - \mu' N$  ( $a$  は加速度) となる。

図 4

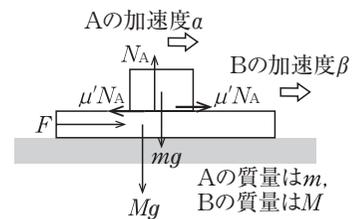


(c) 2 物体間に摩擦力がはたらく場合

図 4 で、A、B 間に摩擦力がはたらくとき、物体 B に力  $F$  を加えると、 $F$  が小さい場合、A、B の接触面で静止摩擦力  $f$  が図 4 のようにはたらく、A と B は一体となって移動する。

$F$  を大きくしていくと、ある瞬間に  $f$  が最大摩擦力をこえて、A が B の上をすべり出す。A が B の上をすべっているときは、動摩擦力がはたらくことに注意しよう (図 5)。

図 5



## 3 抵抗力

落下する雨粒は重力のほかに空気の抵抗力を逆方向に受ける。空気の抵抗力  $R$  は物体の形や大きさに関係し、速さ  $v$  に比例する。

$$R = kv$$

速さ  $v$ 、加速度  $a$  とすると運動方程式は、

$$ma = mg - kv \quad (m: \text{雨粒の質量}) \rightarrow \text{雨粒は等加速度運動をしない。}$$

最終的に重力と抵抗力がつり合い、落下速度は一定になる。この速度を終端速度  $v_f$  といい、

$$mg = kv_f \quad \therefore v_f = \frac{mg}{k} \quad \text{となる。}$$

## >>> 確 認 問 題 <<<

**例題 1** あらい水平面上に質量 5.0 kg の物体を置く。物体と面との間の静摩擦係数を 0.40, 動摩擦係数を 0.30 とし, 重力加速度の大きさを  $9.8 \text{ m/s}^2$  とする。

- (1) 物体を水平に 6 N の力で押したが動かなかった。物体にはたらく摩擦力の向きと大きさを求めよ。
- (2) 力を大きくしていくと, ある大きさ以上の力で物体はすべり出した。物体がすべり出す直前の摩擦力を求めよ。
- (3) 物体に力を加え動かし続けるとき, 摩擦力の大きさは何 N か。

**考え方** 物体が静止しているときは静摩擦力がはたらく, すべっているときは動摩擦力がはたらく。

- (1) 「静止している = 最大摩擦力がはたらく」と勘違いしないようにしよう。

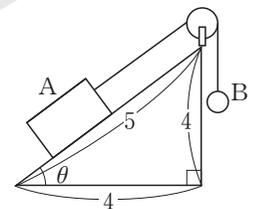
**解答**

- (1) 物体には水平方向に 6 N の押す力と逆方向に静摩擦力がはたらいてつり合っている。**押す向きと逆方向に 6 N** の摩擦力がはたらく。
- (2) 最大摩擦力  $F_0$  は,  $F_0 = \mu N = 0.40 \times (5.0 \times 9.8) = \mathbf{19.6 \text{ (N)}}$
- (3) 物体はすべり続けるので動摩擦力  $F'$  がはたらく。 $F' = \mu' N = 0.30 \times (5.0 \times 9.8) = \mathbf{14.7 \text{ (N)}}$

**類題 1** あらい水平面上に質量 2.0 kg の物体を置き, 糸をつけて水平に引く。重力加速度の大きさを  $9.8 \text{ m/s}^2$  とする。

- (1) 5.88 N の力で引くと物体がすべり出した。静摩擦係数を求めよ。
- (2) 5.88 N の力で引き続けるとき, 物体は等加速度運動をする。加速度の大きさを求めよ。ただし動摩擦係数を 0.2 とする。

**例題 2** 右図のような形状のあらい斜面上に質量 10 kg の物体をのせ, 斜面頂上のなめらかな滑車を介して軽い糸でおもり B をつなぐ。物体 A と斜面の静摩擦係数を 0.50, 重力加速度を  $9.8 \text{ m/s}^2$  とする。



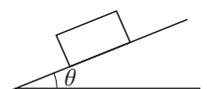
- (1) 物体 A にはたらく重力の斜面に平行な方向の成分, 斜面に垂直な方向の成分の大きさを求めよ。
- (2) 物体 A を静止させておくためのおもり B の最小質量を求めよ。
- (3) 物体 A を静止させておくためのおもり B の最大質量を求めよ。

**考え方** 斜面上の物体 A には状況により, 静摩擦力が斜面上向きにはたらく場合も, 下向きにはたらく場合もある。おもり B にはたらく重力と関連させて考えよう。

**解答**

- (1) 平行成分  $\dots 10 \times 9.8 \times \sin \theta = 10 \times 9.8 \times \frac{3}{5} = \mathbf{58.8 \text{ (N)}}$  垂直成分  $\dots 10 \times 9.8 \times \cos \theta = 10 \times 9.8 \times \frac{4}{5} = \mathbf{78.4 \text{ (N)}}$
- (2) 物体 A にはたらく最大摩擦力  $F_0$  は,  $F_0 = \mu N = 0.50 \times 78.4 = 39.2 \text{ N}$  B の最小質量を  $m \text{ [kg]}$  とすると, 静摩擦力は斜面上向きにはたらくから, 物体 A の斜面に平行な方向の力のつり合い  $58.8 = 39.2 + m \times 9.8$  より,  $m = \mathbf{2.0 \text{ (kg)}}$
- (3)  $F_0$  は斜面向下向きにはたらく。B の最大質量  $M \text{ [kg]}$  は,  $58.8 + 39.2 = M \times 9.8$  より,  $M = \mathbf{10 \text{ (kg)}}$

**類題 2** 水平な板の上に物体を置き, 板を傾けていくと  $\theta = 30^\circ$  のとき物体はすべり始めた。重力加速度の大きさを  $g \text{ [m/s}^2]$  とする。

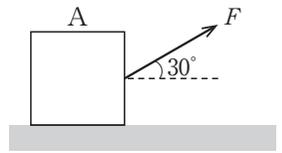


- (1) 静摩擦係数を求めよ。 $\sqrt{\quad}$  はつけたままでよい。
- (2) 動摩擦係数が  $\frac{1}{2\sqrt{3}}$  のとき, 物体の加速度の大きさを  $g$  を用いて表せ。

# 基本問題

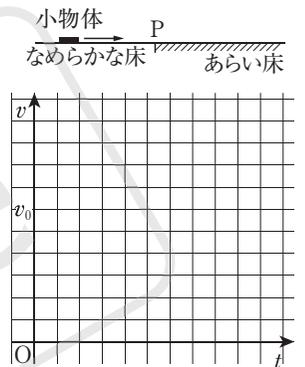
1 図のように、質量  $9 \text{ kg}$  の物体  $A$  をあらい水平面の上に置き、右端に軽いひもと取り付け、水平面と  $30^\circ$  をなす角で、力を徐々に大きくしながら引いたところ、ある大きさの力  $F[\text{N}]$  をこえたところで物体がすべり始めた。重力加速度の大きさを  $10 \text{ m/s}^2$  とし、静止摩擦係数を  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  とする。物体がすべり出す直前について、次の問いに答えよ。

- (1) 力  $F$  の水平方向の分力  $F_x[\text{N}]$ 、鉛直方向の分力  $F_y[\text{N}]$  を求めよ。 $\sqrt{\quad}$  はつけたままでよい。
- (2) 物体  $A$  が受ける垂直抗力を  $F$  を用いて表せ。
- (3) 物体  $A$  について、水平方向の力のつり合いの式を書け。
- (4) 力  $F$  の大きさを求めよ。



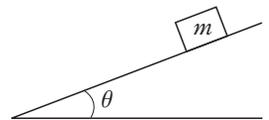
2 図のように、水平でなめらかな床の上を等速度  $v_0[\text{m/s}]$  ですべってきた小物体が、時刻  $t=0[\text{s}]$  で点  $P$  に達し、その後、一様なあらい床の上をすべり続けた。次の問いに答えよ。

- (1) あらい床と小物体との間の動摩擦係数を  $\mu$  とする。あらい床の上を動くときの小物体の加速度はいくらか。ただし、進行方向を正とする。
- (2) 小物体が停止する時刻を求めよ。
- (3) 小物体はあらい床の上でどれくらいの距離をすべるか。距離を求めよ。
- (4) このときの速さ  $v$  と時間  $t$  の関係を表すグラフを右図にかけ。ただし、(2) で求めた停止する時刻を記すこと。



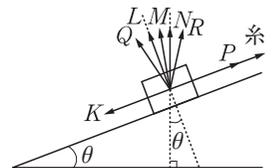
3 図のように、斜面の上に物体を置いた場合を考える。ただし、物体の質量を  $m[\text{kg}]$ 、重力加速度の大きさを  $g[\text{m/s}^2]$ 、物体と斜面の間の静止摩擦係数を  $\mu$ 、動摩擦係数を  $\mu'$  とする。次の問いに答えよ。

- (1) 斜面と水平面のなす角度が  $\theta$  のとき、物体を斜面の上に静かに置いたところ、物体は静止摩擦力のために静止していた。このとき物体に作用する重力の、斜面に平行な成分と垂直な成分の大きさはそれぞれいくらか。
- (2) 斜面の角度  $\theta$  を次第に大きくしたところ、ある角度  $\theta_0$  のとき物体はすべり出した。このときの物体と斜面の間の静止摩擦係数  $\mu$  はどのように表されるか。
- (3) 斜面の角度を  $\theta_0$  より小さい値  $\theta$  に戻し、物体をふたたび斜面の上に静かに置き、物体に打撃を加え、斜面に平行な下向きの初速度  $v_0[\text{m/s}]$  を与えた。運動中に物体に対して斜面に平行で下向きに作用する力はいくらか。
- (4) (3) の打撃を加えたのち、しばらくすると物体は停止した。停止するまでに物体の動いた距離  $l$  はいくらか。



4 図のように、水平面となす角  $\theta$  のあらい斜面上に、質量  $m[\text{kg}]$  の物体がのっている。物体と斜面との間の動摩擦係数を  $\mu$  とし、また重力加速度の大きさを  $g$  とする。 $\theta = \theta_0$  としたところ、物体はすべり出した。そこで、物体に糸をつけて斜面と平行に引っ張り、物体を一定の速さ  $v_0[\text{m/s}]$  で斜面に沿って上方に動かすようにした。

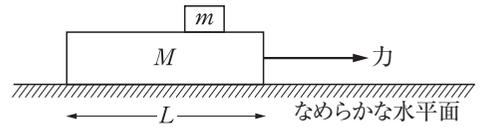
- (1) このとき、物体にはたらく重力以外の力の合力の向きは、図の  $K \sim P$  のどの向きか。
- (2) このときの摩擦力の大きさを求めよ。
- (3) このときの糸の張力の大きさを求めよ。



糸を引っ張って、物体が斜面上の点  $O$  に達したとき、突然糸が切れたが、物体はその後も斜面を上昇し続け、斜面上の点  $O'$  で止まった。

(4) 糸が切れた直後、物体にはたらく重力以外の力の合力の向きで最も適切なものは、図のどの向きか。

5 図のように、なめらかな水平面上に質量  $M$  [kg]、長さ  $L$  [m] の板を置く。板の上面はあらい水平面で、その右先端に大きさの無視できる質量  $m$  [kg] の小物体が置かれている。重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とする。次の問いに答えよ。



(1) 板に一定の大きさの力  $F_1$  [N] を水平右方向に加え続けたところ、板は右方向に運動した。このとき小物体と板は一体となって運動した。

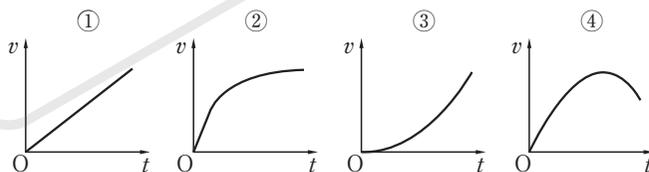
- ① 小物体と板の間の静止摩擦力の大きさを  $f$  [N]、加速度の大きさを  $a$  [m/s<sup>2</sup>] とし、水平右方向を正とするとき、小物体と板の運動方程式をそれぞれ求めよ。
- ② 板の加速度の大きさを求めよ。
- ③ 小物体が板から受けている摩擦力の大きさを求めよ。

(2) 板と小物体をもとの位置にもどし、板には水平方向に(1)のときよりも大きい一定の力  $F_2$  [N] をに加え続けたところ、板は右方向に運動したが、小物体は板の上をすべり続けた。板と小物体の間の静止摩擦係数を  $\mu$ 、動摩擦係数を  $\mu'$  とする。

- ①  $F_2$  の力を加え続けているとき、小物体には水平方向のどちら向きに何 N の力がはたらくか。
- ②  $F_2$  の力を加え続けているとき、板にはたらく力の水平方向成分は何 N か。ただし、右向きを正とする。
- ③ 小物体の加速度の大きさ  $a_1$  を求めよ。
- ④  $F_2$  の力を加え続けているときの板の加速度の大きさ  $a_2$  [m/s<sup>2</sup>] を求めよ。

6 雨滴は空気中を落下するとき、速さがあまり大きくならない範囲では速さに比例する抵抗力を受ける。比例定数を  $k$  とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 雨滴の速さ  $v$  [m/s] は、時刻  $t$  とともにどのように変化するか。最も適当なものを、次の①～④のうちから1つ選べ。



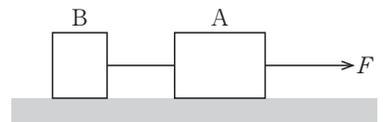
(2) 最終的には、雨滴の速さはいくらになるか。雨滴の質量を  $m$  [kg]、重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] として求めよ。(この速さを終端速度という)

(3) 1000 m の高さから落下する雨滴がある。空気の抵抗力がはたらかないと仮定すると地上に到達するときの速さはいくらになるか。ただし、重力加速度の大きさを  $9.8 \text{ m/s}^2$  とする。

(4) 抵抗力の比例定数を  $k = 1.0 \times 10^{-4}$  [kg/s] とし、雨滴の質量を  $0.1 \text{ g}$  とする。雨滴の終端速度の大きさを求めよ。

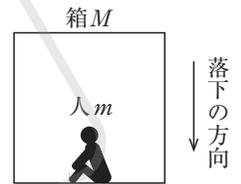
## 演 習 問 題

1 質量  $2.0 \text{ kg}$  の物体 A と、質量  $1.0 \text{ kg}$  の物体 B を、図のように糸でつなぎ、水平面上に置く。物体 A、B と水平面との間の静止摩擦係数はともに  $0.6$ 、動摩擦係数はともに  $0.3$  とする。物体 A を水平方向右向きに  $F[\text{N}]$  の力で引くとき、以下の問いに答えよ。ただし、重力加速度の大きさを  $10 \text{ m/s}^2$  とする。



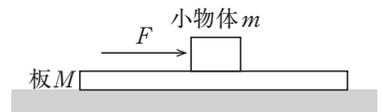
- (1)  $F$  の大きさが小さいとき、A と B は静止している。A、B にはたらく静止摩擦力をそれぞれ  $R_A[\text{N}]$ 、 $R_B[\text{N}]$  とし、糸の張力を  $f[\text{N}]$  とする。
  - ① 物体 A について、水平方向の力のつり合いの式を書け。
  - ② 物体 B について、水平方向の力のつり合いの式を書け。
- (2)  $F$  の大きさを大きくしていくと、 $F_0[\text{N}]$  をこえたところで 2 つの物体は動き出した。このとき、2 つの物体には最大摩擦力がはたらくとして、 $F_0$  の値を求めよ。
- (3) 物体が動き出した後、 $F$  の大きさを調節すると、A と B は一定の速度ですべり続けた。このときの  $F$  の大きさを求めよ。

2 質量  $M[\text{kg}]$  の箱の中に質量  $m[\text{kg}]$  の人が座っている。このままの形で、箱が落下する。重力加速度の大きさを  $g[\text{m/s}^2]$  とする。



- (1) 空気の抵抗力  $F[\text{N}]$  がはたらいっている場合、箱と人との間の抗力の大きさを  $N[\text{N}]$ 、下向きを正とした加速度を  $a[\text{m/s}^2]$  として、
  - ① 箱の運動方程式を求めよ。
  - ② 人の運動方程式を求めよ。
  - ③ 抗力の大きさ  $N$  を、 $M$ 、 $m$ 、 $F$  を用いて表せ。
- (2) 空気の抵抗力がない場合、人が受ける抗力の大きさを求めよ。
- (3) 箱の落下速度が増し、空気の抵抗力が大きくなり、やがて落下の速度が一定になった。このとき、人が受ける抗力の大きさを求めよ。

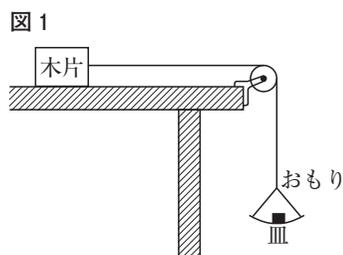
3 あるいは水平な床に質量  $M[\text{kg}]$  の板が置かれ、その水平な上面に質量  $m[\text{kg}]$  の小物体が置かれている。板と床の静止摩擦係数を  $\mu_A$ 、動摩擦係数を  $\mu_A'$  とし、小物体と板の静止摩擦係数を  $\mu_B$ 、動摩擦係数を  $\mu_B'$  とする。重力加速度の大きさを  $g[\text{m/s}^2]$  とする。



- (1) 小物体を水平方向に  $F[\text{N}]$  の力で押し続けると板と小物体が一体となってすべった。 $\mu_A'$  と  $\mu_B$  の関係式を示せ。
- (2) 小物体を、 $F$  とは異なる大きさの力  $F'[\text{N}]$  で押し続けると、板は静止したままで小物体のみが板の上をすべった。 $\mu_A$  と  $\mu_B'$  の関係式を示せ。
- (3) 小物体を、 $F$  および  $F'$  とは異なる大きさの力  $F''[\text{N}]$  で押し続けると、小物体と板がそれぞれすべり始めた。
  - ① 小物体の加速度の大きさ  $a_m[\text{m/s}^2]$  を求めよ。
  - ② 板の加速度の大きさ  $a_M[\text{m/s}^2]$  を求めよ。

4 次の文章(A・B)を読み、後の問いに答えよ。

A 図1のように、水平な台の上に質量  $M$  [kg] の木片を置き、台の端に取り付けた滑車を通して、伸び縮みしない軽いひもで皿と結び、皿の上に質量  $m$  [kg] のおもりをのせる。ただし、重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とし、また、ひもと皿の質量は無視でき、滑車は軽くてなめらかに回転できるものとする。



まず、木片と台の間に摩擦がないとした場合の運動を考えよう。

(1) このとき、木片の加速度の大きさはいくらか。正しいものを、次の①～⑥のうちから1つ選べ。

- ①  $g$       ②  $\frac{m}{M+m}g$       ③  $\frac{M}{M+m}g$       ④  $\frac{m}{M}g$       ⑤  $\frac{M+m}{m}g$       ⑥  $\frac{M+m}{M}g$

(2) ひもが木片を引く力の大きさはいくらか。正しいものを、次の①～⑥のうちから1つ選べ。

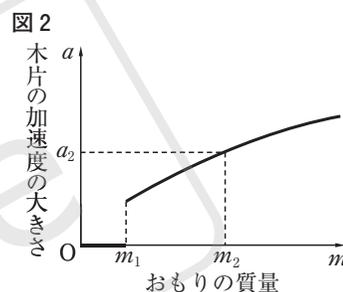
- ①  $Mg$       ②  $mg$       ③  $(M+m)g$       ④  $\frac{m^2}{M+m}g$       ⑤  $\frac{Mm}{M+m}g$       ⑥  $\frac{M^2}{M+m}g$

B 実際には、木片と台の間には摩擦がある。静止摩擦係数  $\mu$  と動摩擦係数  $\mu'$  を求めるため、おもりの質量  $m$  [kg] をいろいろと変えて木片の運動を調べ、次の結果を得た。

a.  $m \leq m_1$  では、木片は運動しなかった。

b.  $m > m_1$  では、木片は等加速度で運動した。

c.  $m$  と加速度の大きさ  $a$  [m/s<sup>2</sup>] の関係をグラフにすると、図2のようになった。



(3) この結果から得られる木片と台の間の静止摩擦係数  $\mu$  の値はいくらか。正しいものを、次の①～⑥のうちから1つ選べ。

- ①  $\frac{M}{m_1}$       ②  $\frac{M+m_1}{m_1}$       ③  $\frac{M+m_1}{M}$       ④  $\frac{m_1}{M}$       ⑤  $\frac{m_1}{M+m_1}$       ⑥  $\frac{M}{M+m_1}$

(4) 木片が運動しているとき、ひもが木片を引く力の大きさを  $T$  [N] とすると、木片の運動方程式として正しいものを、次の①～⑥のうちから1つ選べ。

- ①  $Ma = mg$       ②  $Ma = mg + \mu'Mg$       ③  $Ma = mg - \mu'Mg$   
 ④  $Ma = T$       ⑤  $Ma = T + \mu'Mg$       ⑥  $Ma = T - \mu'Mg$

(5) 図2のように  $m = m_2$  のとき、加速度の大きさは  $a_2$  [m/s<sup>2</sup>] であった。これから求められる動摩擦係数  $\mu'$  はいくらか。正しいものを、次の①～④のうちから1つ選べ。

- ①  $\frac{m_2g + (M+m_2)a_2}{Mg}$       ②  $\frac{m_2g - (M+m_2)a_2}{Mg}$       ③  $\frac{m_2g + (M-m_2)a_2}{Mg}$       ④  $\frac{m_2g - (M-m_2)a_2}{Mg}$

(6) さらに、おもりの質量  $m$  を大きくしていくと、加速度の大きさ  $a$  は、ある値に近づく。その値はいくらか。正しいものを、次の①～④のうちから1つ選べ。

- ①  $g$       ②  $\mu'g$       ③  $(1+\mu')g$       ④  $(1-\mu')g$