

1・2年の復習	6	例題2	分配法則と平方根の計算
<b>第1章 多項式</b>		例題3	乗法公式と平方根の計算
1 式の展開	14	例題4	分母の有理化②★
例題1	多項式と単項式の乗法	9 平方根の利用	62
例題2	多項式と単項式の除法	例題1	式の値
例題3	式の展開と分配法則	例題2	平方根の整数部分と小数部分
2 乗法公式	18	例題3	平方根の性質の利用
例題1	$(x+a)(x+b)$ の展開	章末精選問題	66
例題2	$(a+b)^2$ , $(a-b)^2$ の展開	章末応用問題	68
例題3	$(a+b)(a-b)$ の展開	<b>第3章 2次方程式</b>	
例題4	おきかえによる展開	10 2次方程式の解き方(1)	70
3 因数分解(1)	22	例題1	$ax^2 = b$ の解き方
例題1	共通因数でくくる因数分解	例題2	$(x+m)^2 = n$ の解き方
例題2	$x^2 + (a+b)x + ab$ の因数分解	例題3	因数分解による解き方
例題3	$a^2 + 2ab + b^2$ , $a^2 - 2ab + b^2$ の因数分解	11 2次方程式の解き方(2)	74
例題4	$a^2 - b^2$ の因数分解	例題1	平方完成による解き方
4 因数分解(2)	28	例題2	解の公式による解き方
例題1	共通因数から公式利用の因数分解	例題3	いろいろな2次方程式
例題2	おきかえによる因数分解	12 2次方程式の利用(1)	78
例題3	項を分けて考える因数分解	例題1	解と2次方程式
例題4	複雑な因数分解①	例題2	2次方程式の解と係数の関係★
例題5	複雑な因数分解②★	例題3	数に関する問題
例題6	たすきがけの因数分解★	例題4	図形に関する問題
5 式の計算の利用	34	13 2次方程式の利用(2)	84
例題1	乗法公式と数の計算	例題1	座標平面上の問題
例題2	因数分解と数の計算	例題2	割合に関する問題
例題3	式による証明	例題3	濃度に関する問題
例題4	式の計算の利用	例題4	いろいろな問題
例題5	式の値	章末精選問題	90
章末精選問題	40	章末応用問題	92
章末応用問題	42	<b>第4章 関数 <math>y = ax^2</math></b>	
<b>第2章 平方根</b>		14 関数 $y = ax^2$	94
6 平方根	44	例題1	2乗に比例する関数
例題1	平方根の意味・根号の使い方	例題2	$y = ax^2$ の式の決定
例題2	平方根の大小	例題3	$y = ax^2$ のグラフと変域
例題3	有理数と無理数	例題4	変化の割合
例題4	循環小数★	例題5	変化の割合の利用
例題5	近似値と誤差	15 関数 $y = ax^2$ の利用	100
例題6	有効数字	例題1	関数 $y = ax^2$ の利用
7 平方根の計算(1)	50	例題2	動点と図形の面積
例題1	平方根の積・商	例題3	重なる図形の面積
例題2	根号の中を簡単にする	例題4	いろいろな事象と関数
例題3	平方根の近似値	16 放物線と直線	106
例題4	分母の有理化①	例題1	放物線と直線の交点★
例題5	根号をふくむ式の乗法・除法	例題2	放物線と交わる直線の式
8 平方根の計算(2)	56	例題3	放物線と線分の長さ
例題1	根号をふくむ式の加法・減法	17 放物線と図形	110

例題1 放物線と平行四辺形	
例題2 放物線と三角形	
例題3 等積変形の利用	
章末精選問題	114
章末応用問題	116
<b>第5章 相似な図形</b>	
18 三角形の相似(1)	118
例題1 相似な図形	
例題2 相似の位置	
例題3 三角形の相似条件	
例題4 相似比と辺の比	
19 三角形の相似(2)	124
例題1 相似の証明①(2組の角)	
例題2 相似の証明②(2組の辺の比とその間の角)	
例題3 相似の証明③(相似比と辺の比)	
例題4 折り返した図形と相似	
20 平行線と線分の比	130
例題1 三角形と平行線	
例題2 平行線と線分の比	
例題3 平行線と比の利用①	
例題4 平行線と比の利用②	
21 相似と線分の比	136
例題1 中点連結定理	
例題2 角の二等分線と辺の比	
例題3 線分比の移動★	
例題4 三角形の重心★	
22 面積比と体積比	142
例題1 三角形と面積比	
例題2 相似比と面積比	
例題3 相似比と表面積の比・体積比	
例題4 空間図形と相似	
章末精選問題	148
章末応用問題	150
<b>第6章 円</b>	
23 円周角の定理	152
例題1 円と弦・接線の性質	
例題2 円周角の定理	
例題3 弧と円周角	
例題4 円周角の定理の逆	
例題5 円に内接する四角形の性質★	
24 円周角の定理の利用	158
例題1 接線と弦のつくる角の定理(接弦定理)★	
例題2 円と相似	
例題3 内接四角形と相似★	
例題4 方べきの定理★	
章末精選問題	164
章末応用問題	166
<b>第7章 三平方の定理</b>	
25 三平方の定理	168
例題1 三平方の定理	
例題2 三平方の定理の証明	
例題3 三平方の定理の逆	
例題4 特別な直角三角形の辺の比	
26 三平方の定理と平面図形	174
例題1 三角形・四角形への利用①	
例題2 三角形・四角形への利用②	
例題3 平面図形への利用	
例題4 座標平面上の2点間の距離	
27 三平方の定理と円	180
例題1 円と弦	
例題2 円の接線の長さ	
例題3 三角形の内接円・内心★	
例題4 三角形の外接円・外心★	
28 三平方の定理と空間図形(1)	186
例題1 直方体・立方体の対角線の長さ	
例題2 直方体・立方体への利用	
例題3 立体の切り口★	
例題4 最短経路	
29 三平方の定理と空間図形(2)	192
例題1 角錐への利用	
例題2 円錐への利用	
例題3 正四面体への利用★	
例題4 球への利用	
章末精選問題	198
章末応用問題	201
<b>第8章 標本調査</b>	
30 標本調査	204
例題1 標本調査の意味	
例題2 標本調査と母集団の傾向	
章末精選問題	208
章末応用問題	209
<b>難関チャレンジ講座</b>	
1 数と式, 整数に関する問題	210
2 直線の式と図形	212
3 放物線と図形	214
4 メネラウスの定理, チェバの定理★	216
5 円の問題	218
6 球の問題	220
7 確率の融合問題	222
8 規則性を利用する問題	224
9 データの活用	226
入試対策テスト(1)	228
入試対策テスト(2)	230

# 26

# 三平方の定理と平面図形

### 基本事項

- ① 三角形や四角形の高さ、面積などを求めるのに、三平方の定理を利用する。
- ② いろいろな平面図形の問題を解くとき、しばしば三平方の定理が必要となる。
- ③ 座標平面上の2点間の距離は、三平方の定理を利用する。

### 例題 1 三角形・四角形への利用①

次の図形の面積を求めなさい。

- (1)  $\angle B=60^\circ$ ,  $\angle C=75^\circ$ ,  $BC=4$  の $\triangle ABC$
- (2)  $AD \parallel BC$ ,  $AD=5$ ,  $BC=9$ ,  $AB=CD=6$  の台形 $ABCD$

**解法** (1)  $60^\circ$ ,  $75^\circ=30^\circ+45^\circ$  に注目し、 $C$  から辺 $AB$  に垂線 $CH$  をひくと、 $\triangle HBC$  は3つの角が $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  の直角三角形であり、 $\triangle AHC$  は直角二等辺三角形である。

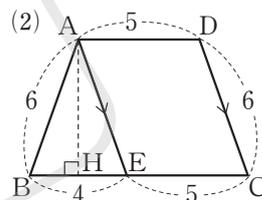
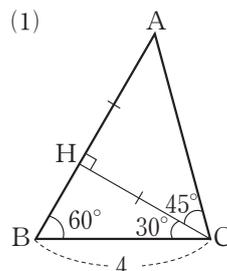
$$HB=4 \times \frac{1}{2} = 2, \quad CH=2\sqrt{3} \quad \text{また、} \quad AH=CH=2\sqrt{3}$$

$$\text{求める面積は、} \quad \frac{1}{2} \times AB \times CH = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{3} + 2) \times 2\sqrt{3} = 6 + 2\sqrt{3}$$

(2) 右の図のように、 $AE \parallel DC$  となる補助線 $AE$  をひくと、台形 $ABCD$  は、二等辺三角形 $ABE$ 、平行四辺形 $AECD$  に分けられる。

$A$  から $BE$  に垂線 $AH$  をひくと、 $BH=HE=(9-5) \div 2=2$   
 $\triangle ABH$  で、三平方の定理により、 $AH=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$

$$\text{よって、求める面積は、} \quad \frac{1}{2} \times BE \times AH + EC \times AH = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{2} + 5 \times 4\sqrt{2} = 28\sqrt{2}$$



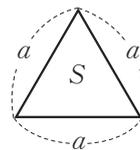
**答** (1)  $6+2\sqrt{3}$  (2)  $28\sqrt{2}$

### 確認問題

- 回1 右に示した正三角形の面積の公式を導きなさい。  
 ただし、正三角形の1辺の長さを $a$ 、面積を $S$ とする。

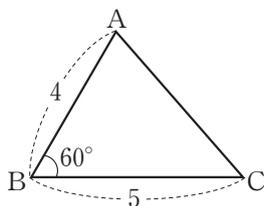
正三角形の面積の公式

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

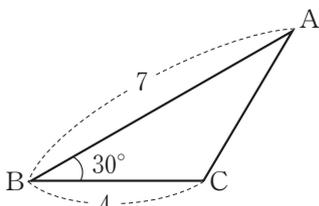


2 次の図の三角形や平行四辺形、台形の面積を求めなさい。

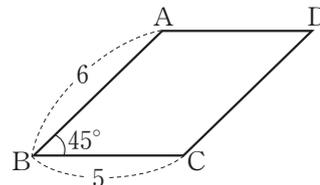
回(1)



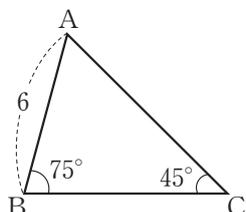
回(2)



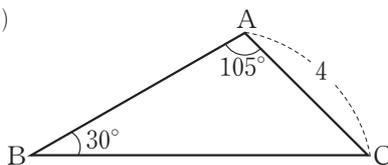
回(3) 平行四辺形



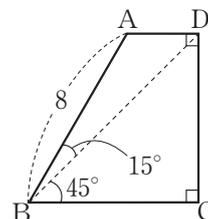
回(4)



回(5)

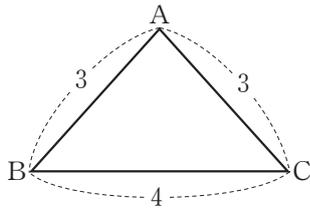


回(6)

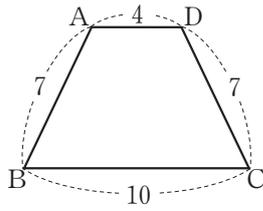


3 次の図の二等辺三角形, 等脚台形, ひし形の面積を求めなさい。

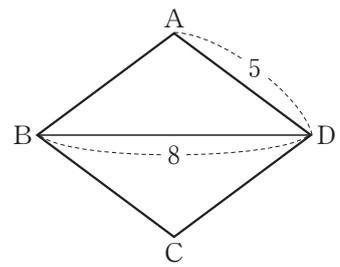
回(1)



回(2)



回(3)



**例題 2** 三角形・四角形への利用②

右の図は,  $AB=13, BC=14, CA=15$  の  $\triangle ABC$  で, 頂点Aから辺BCへ垂線AHをひいたものである。次の(1)~(3)を求めなさい。

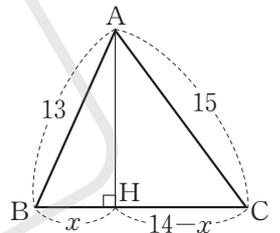
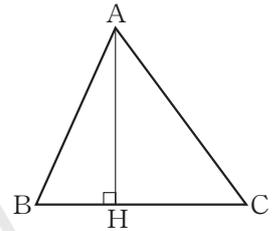
- (1) 線分BHの長さ      (2) 線分AHの長さ      (3)  $\triangle ABC$  の面積

**解法** 直角三角形ABH, ACHで辺AHが共通であることに注目する。

(1)  $BH=x$  とおくと,  $CH=14-x$   
 $\triangle ABH, \triangle ACH$  のそれぞれで, 三平方の定理により,  
 $AH^2=AB^2-BH^2$      $AH^2=AC^2-CH^2$   
 よって,  $AB^2-BH^2=AC^2-CH^2$   
 $13^2-x^2=15^2-(14-x)^2$   
 これを解いて,  $BH=x=5$

(2)  $AH^2=13^2-5^2=144$      $AH>0$  より,  $AH=12$

(3)  $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84$



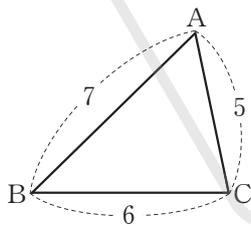
$\triangle ABH$  は,  $5 : 12 : 13$  型  
 $AB=13, BH=5$  より,  $AH=12$

**答** (1) 5    (2) 12    (3) 84

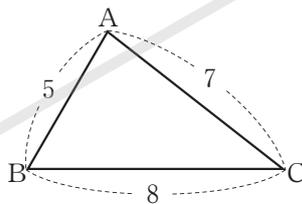
**確認問題**

4 次の  $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。

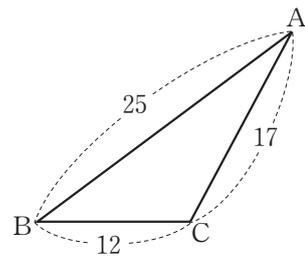
回(1)



回(2)



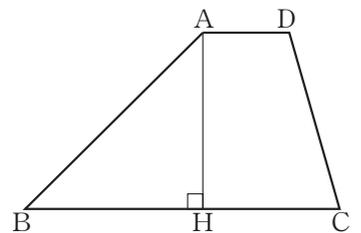
回(3)



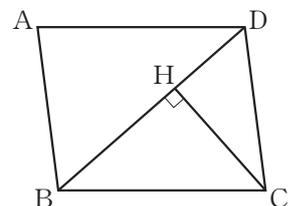
5 右の図は,  $AD \parallel BC$  の台形ABCDで,  $AB=16, BC=20, CD=12, DA=6$  である。次の問いに答えなさい。

回(1) 点Aから辺BCに垂線AHをひく。AHの長さを求めよ。

回(2) 台形ABCDの面積を求めよ。

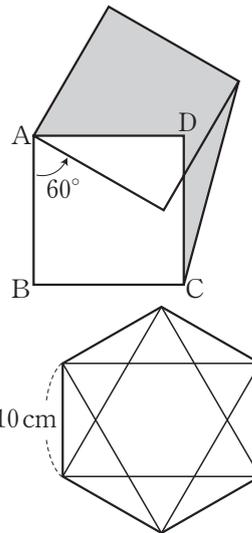


回(6) 右の図の  $\square ABCD$  で,  $AB=4, BC=5, BD=6, BD \perp CH$  である。  
 $\square ABCD$  の面積を求めなさい。





- 11 1辺の長さが $a$ の正方形ABCDがある。図のように頂点Aを中心として、矢印の方向に $60^\circ$ 回転させたとき、影をつけた部分の面積を $a$ を用いて表しなさい。



- 12 となり合う辺の長さが10cm,  $x$  cmである長方形を3つ重ねて、1辺が10cmの正六角形をつくる。次の問いに答えなさい。

- (1)  $x$ の値を求めよ。  
 □(2) この正六角形で、長方形が2つだけ重なっている部分の面積を求めよ。  
 □(3) この正六角形で、長方形が3つ重なっている部分の面積を求めよ。

**例題 4** 座標平面上の2点間の距離

座標平面上の3点A(3, 2), B(-2, 4), C(-4, -1)を頂点とする $\triangle ABC$ はどんな三角形ですか。

**解法** 3辺の長さを求め、その間に成り立つ関係を調べる。

辺ABの長さは、右の図のように、ABを斜辺とする直角三角形を考え、三平方の定理を利用して求める。

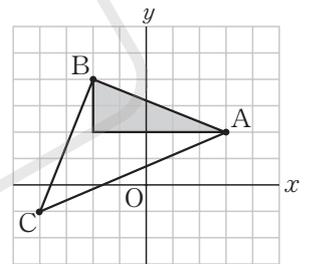
$$AB^2 = (-2-3)^2 + (4-2)^2 = 25+4=29$$

$$BC^2 = \{-4-(-2)\}^2 + \{-1-4\}^2 = 4+25=29$$

$$CA^2 = \{3-(-4)\}^2 + \{2-(-1)\}^2 = 49+9=58$$

よって、 $AB^2=BC^2$ より、 $AB=BC$

また、 $AB^2+BC^2=CA^2$ より、 $\angle B=90^\circ$



**POINT**

2点A( $x_1, y_1$ ), B( $x_2, y_2$ )間の距離

$$AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

**答**  $AB=BC, \angle B=90^\circ$ の直角二等辺三角形

**確認問題**

- 13 次の2点A, B間の距離を求めなさい。

- (1) A(2, -6), B(7, 6)      □(2) A(5, -2), B(-3, -4)      □(3) A(-1, -3), B(-2, -1)

- 14 次の3点A, B, Cを頂点とする $\triangle ABC$ は、どんな三角形ですか。

- (1) A(6, 4), B(-2, 5), C(4, 1)      □(2) A(3, 3), B(-1, 2), C(4, -1)

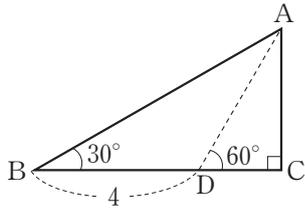
- (3) A(2, 4), B(-5, 1), C(-1, -3)      □(4) A(-2, 1), B(4, -1), C( $\sqrt{3}+1, 3\sqrt{3}$ )

- 15  $y$ 軸上にあり、2点A(1, 3), B(4, 2)から等しい距離にある点Pの座標を求めなさい。

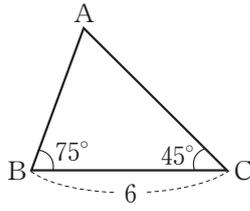
# 演習問題 A

1 【三角形・四角形への利用①】 次の図形の面積を求めなさい。

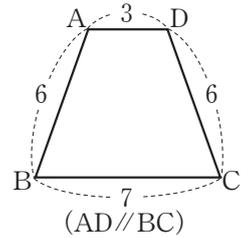
□(1)



□(2)

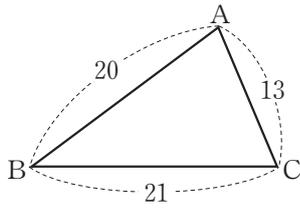


□(3)

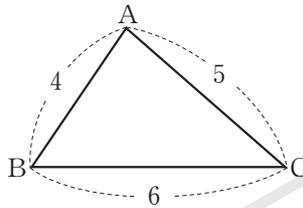


2 【三角形・四角形への利用②】 次の図形の面積を求めなさい。

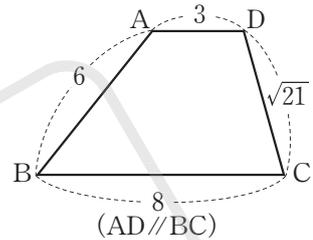
□(1)



□(2)



□(3)

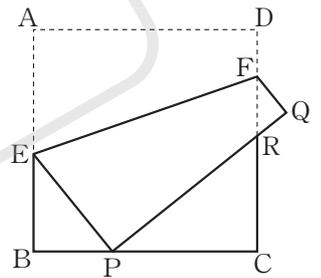


3 【平面図形への利用】 1 辺の長さが6の正方形ABCDがある。辺BC上にBP=2となる点Pをとり、右の図のように頂点Aが点Pと重なるように折り曲げる。折り目の線分をEFとし、頂点Dが点Qの位置にあるとする。次の問いに答えなさい。

□(1) 線分AEの長さを求めよ。

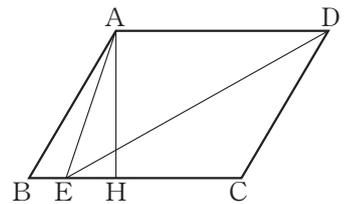
□(2) 辺PQと辺CDの交点をRとすると、線分CRの長さを求めよ。

□(3)  $\triangle EBP$ と $\triangle FQR$ の面積の比を求めよ。



4 【平面図形への利用】 右の図のように、 $AB=6\text{cm}$ 、 $BC=8\text{cm}$ の $\square ABCD$ があり、その面積は $16\sqrt{5}\text{cm}^2$ である。 $\angle ADC$ の二等分線と辺BCとの交点をEとし、Aから辺BCに垂線をひき、BCとの交点をHとする。

このとき、線分BE, BH, AEの長さをそれぞれ求めなさい。



5 【座標平面上の2点間の距離】 次の問いに答えなさい。

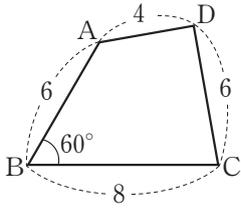
□(1) 3点A(-2, 5), B(-4, -2), C(5, 3)を頂点とする $\triangle ABC$ はどんな三角形か。

□(2) 2点A(1, 4), B(5, -2)と、 $x$ 軸上にある点Cを頂点とする $\triangle ABC$ が、 $\angle C=90^\circ$ の直角三角形であるとき、Cの座標をすべて求めよ。

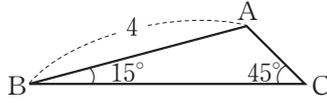
# 演習問題 B

1 次の図の面積を求めなさい。

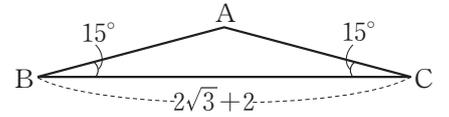
回(1)



回(2)

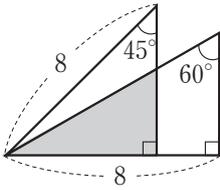


回(3)

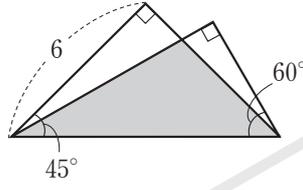


2 次の図形は、2つの直角三角形を組み合わせたものである。影をつけた部分の面積を求めなさい。

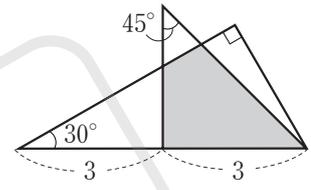
回(1)



回(2)



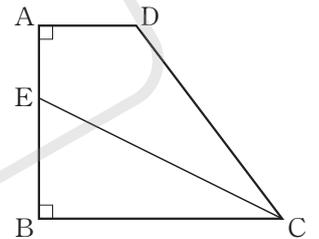
回(3)



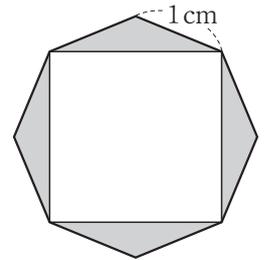
3 右の図のような、 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ 、 $AD \parallel BC$ である台形ABCDにおいて、頂点Dが頂点Bと重なるように折ったとき、折り目の線分がCEとなった。AB=4cm、AD=2cmのとき、次の問いに答えなさい。

回(1) AEの長さを求めよ。

回(2) CEの長さを求めよ。



4 右の図のように、1辺の長さが1cmの正八角形から、頂点を1つおきに結んでできる正方形をとり除くとき、残りの部分の面積を求めなさい。



5 右の図で、点Oは原点、点Aの座標は(3, 0)、点Bの座標は(6, 5)である。次の問いに答えなさい。

回(1) 直線 $y=x$ について、点Aと対称な点A'の座標を求めよ。

回(2) 点Pが直線 $y=x$ 上を動くとき、 $AP+PB$ の長さの最小値を求めよ。

