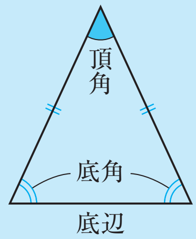
二等辺三角形

学習1 二等辺三角形の性質

▶二等辺三角形で，長さの等しい2つの辺がつくる角を**頂角**，頂角に対する辺を**底辺**，底辺の両端の角を**底角**という。



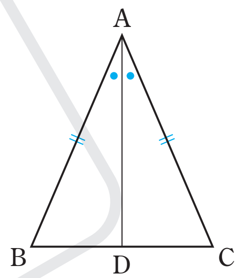
▶用語の意味をはっきり述べたものを，その用語の**定義**といい，証明の根拠として用いることができる。また，正しいことが証明されたことがらのうち，証明の根拠として，特によく利用されるものを**定理**という。

●二等辺三角形の定義や定理には，次のようなものがある。

定義　2つの辺が等しい三角形を二等辺三角形という。

定理　二等辺三角形の2つの底角は等しい。

例題1　右の図の△ABCで，AB＝AC，点Dは∠Aの二等分線と辺BCとの交点である。このとき，∠B＝∠C であることを証明しなさい。



解き方　△ABD≡△ACD を証明し，∠B＝∠C であることを導く。

答　**△ABDと△ACDにおいて，**

仮定から，　AB＝AC　……①

ADは∠Aの二等分線であるから，　∠BAD＝∠CAD　……②

また，　ADは共通　……③

①，②，③より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△ABD≡△ACD

したがって，　∠B＝∠C

参考　これは，「二等辺三角形の2つの底角は等しい」という定理の証明である。

確認問題1　次の問いに答えなさい。

□(1) 「二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に2等分する」という定理を次のように証明した。
[　　]をうめて証明を完成させなさい。

【証明】 AB＝AC の△ABCで，∠Aの二等分線と辺BCとの交点をDとすると，

例題1の証明と同様にして，△ABD≡△ACD となる。

したがって，BD＝[　　　　]　……①

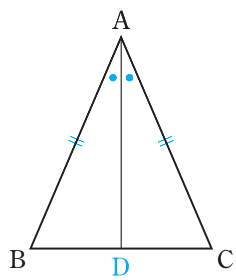
∠ADB＝∠[　　　　]　……②

また，　∠ADB＋∠[　　　　]＝180°　……③

②，③から，2∠ADB＝[　　　　]° であるから，∠ADB＝[　　　　]°

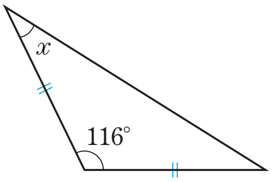
したがって，　AD⊥[　　　　]　……④

①，④から，二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に2等分する。

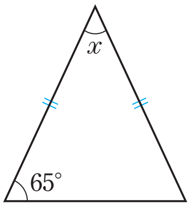


(2) 次の図で，同じ印をつけた辺は等しいとして，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

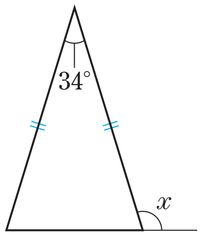
□①



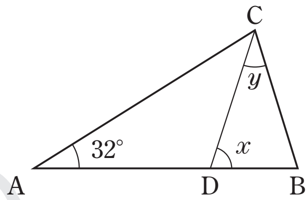
□②



□③

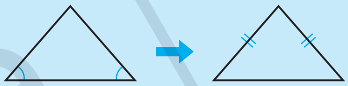


□(3) 右の図で，$\angle A=32°$，$AB=AC$，$CB=CD$ であるとき，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

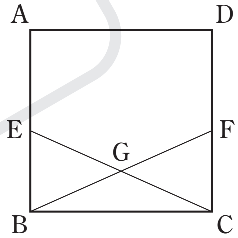


学習2 2つの角が等しい三角形

▶**定理** 2つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である。



例題2 右の図の四角形 ABCD は正方形で，点 E，F はそれぞれ辺 AB，DC 上にあり，点 G は線分 BF，CE の交点である。BE＝CF のとき，△GBC は二等辺三角形であることを証明しなさい。



解き方 三角形の合同を証明して2つの角が等しいことを導き，上の定理を利用する。

答 △EBC と△FCB において，

仮定から， EB＝FC ……①

また， BC は共通 ……②

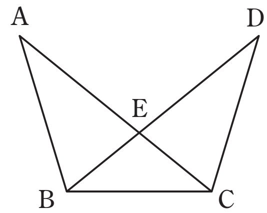
四角形 ABCD は正方形であるから，∠EBC＝∠FCB＝90° ……③

①，②，③より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△EBC≡△FCB

したがって， ∠ECB＝∠FBC，つまり，∠GCB＝∠GBC

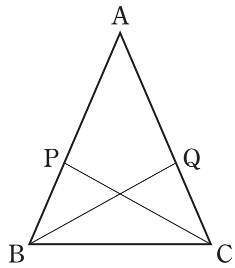
2つの角が等しいから，△GBC は二等辺三角形である。

確認問題2 □ 右の図で，点 E は線分 AC, DB の交点である。AB＝DC, AC＝DB のとき，△EBC は二等辺三角形であることを証明しなさい。



学習3　二等辺三角形の性質と証明

例題3　右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，PB＝QC である。このとき，PC＝QB であることを証明しなさい。



解き方　「二等辺三角形の 2 つの底角は等しい。」という定理を利用する。

答　**△PBC と△QCB において，**

仮定から，　PB＝QC　……①

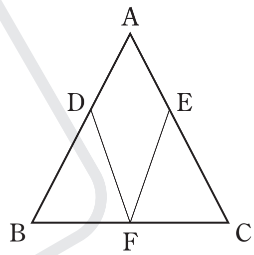
また，　BC は共通　……②

AB＝AC より，二等辺三角形の 2 つの底角は等しいから，∠PBC＝∠QCB　……③

①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△PBC≡△QCB

したがって，　PC＝QB

確認問題 3　右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，DB＝EC である。また，点 F は辺 BC の中点である。このとき，∠BDF＝∠CEF であることを証明しなさい。



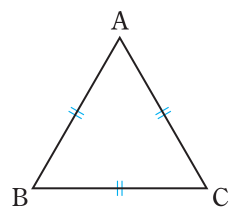
学習4　正三角形の性質

▶**定義**　3 つの辺が等しい三角形を正三角形という。

例題4　△ABC において，AB＝BC＝CA ならば，∠A＝∠B＝∠C であることを証明しなさい。

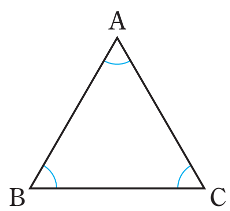
解き方　正三角形は，二等辺三角形の性質をもつことに注目する。

答　**CA＝CB より，∠A＝∠B　……①**
AB＝AC より，∠B＝∠C　……②
二等辺三角形の 2 つの底角は等しい。
①，②から，∠A＝∠B＝∠C



参考　この証明より，正三角形の 1 つの角の大きさは，180°÷3＝60° であることもわかる。

確認問題 4　△ABC において，∠A＝∠B＝∠C ならば，AB＝BC＝CA であることを次のように証明した。［　　］をうめて証明を完成させなさい。



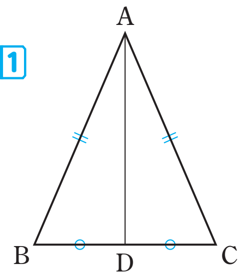
【証明】 ∠B＝∠C より，△ABC は∠B，∠［　　　　］を底角とする二等辺三角形であるから，　AB＝［　　　　］　……①

∠C＝∠［　　　　］ より，同様にして，［　　　　］＝BA　……②

①，②から，AB＝［　　　　］＝CA

練習問題

1 **[二等辺三角形の性質①]**　右の図の△ABC で，AB＝AC，BD＝CD ならば，∠BAD＝∠CAD であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。 例題 1



【証明】　△ABD と△ACD において，

仮定から，　AB＝[　　　　　]　……①　　[　　　　　]＝CD　……②

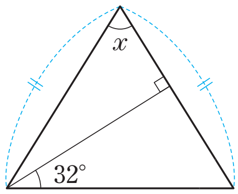
また，　[　　　　　]は共通　……③

①，②，③より，[　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから，

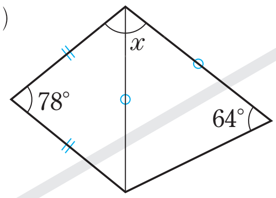
△[　　　　　]≡△ACD　　したがって，∠BAD＝∠CAD

2 **[二等辺三角形の性質②]**　次の図で，同じ印をつけた線分は等しいとして，∠x の大きさを求めなさい。 例題 1

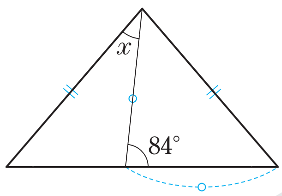
□(1)



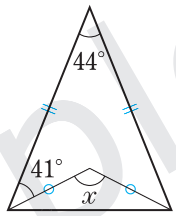
□(2)



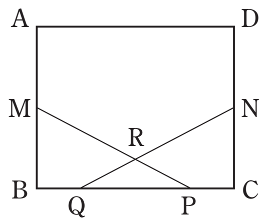
□(3)



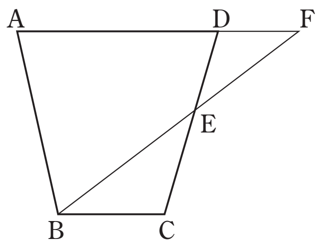
□(4)



3 **[2 つの角が等しい三角形①]**　右の図の四角形 ABCD は長方形で，点 M，N はそれぞれ辺 AB，DC の中点である。辺 BC 上に点 P，Q を線分 MP，NQ が交わるようにとり，その交点を R とする。BP＝CQ のとき，△RQP は二等辺三角形であることを証明しなさい。 例題 2



4 **[2 つの角が等しい三角形②]**　右の図の四角形 ABCD は AD∥BC の台形で，点 E は辺 DC 上にあり，BC＝CE である。直線 BE，AD の交点を F とするとき，△DEF は二等辺三角形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。 例題 2



【証明】　対頂角は等しいから，　∠DEF＝∠[　　　　　]　……①

CE＝CB より，二等辺三角形の 2 つの底角は等しいから，

∠CEB＝∠[　　　　　]　……②

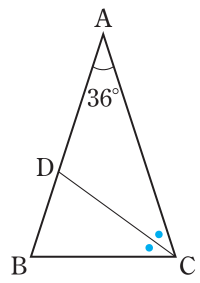
平行線の錯角は等しいから，BC∥AF より，　∠[　　　　　]＝∠DFE　……③

①，②，③から，　∠DEF＝∠[　　　　　]

よって，[　　　　　　　　　　]が等しいから，△DEF は二等辺三角形である。

5 ［2 つの角が等しい三角形③］　右の図の△ABC は，AB＝AC，∠A＝36° の二等辺三角形で，点 D は∠C の二等分線と辺 AB との交点である。このとき，次の問いに答えなさい。

例題 2

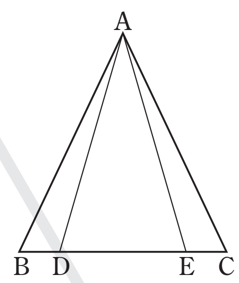


□(1)　∠ABC の大きさを求めなさい。

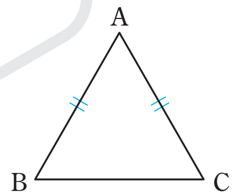
□(2)　△CBD は二等辺三角形であることを証明しなさい。

6 ［二等辺三角形の性質と証明］　右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 D，
□ E は辺 BC 上の点で，BD＝CE である。このとき，AD＝AE であることを証明しなさい。

例題 3



7 ［正三角形の性質①］　右の図の△ABC は，AB＝AC の二等辺三角形である。このとき，「3 つの角が等しい三角形は正三角形である」という定理を利用して，次の(1)，(2)のそれぞれの場合に，△ABC は正三角形であることを証明しなさい。　例題 4

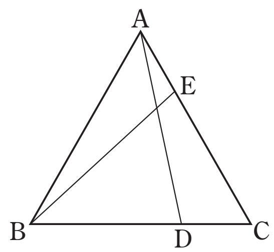


□(1)　∠B＝60°

□(2)　∠A＝60°

8 ［正三角形の性質②］　右の図の△ABC は正三角形で，点 D，E はそれぞれ辺 BC，CA 上にあり，CD＝AE となる点である。このとき，次の問いに答えなさい。

例題 4

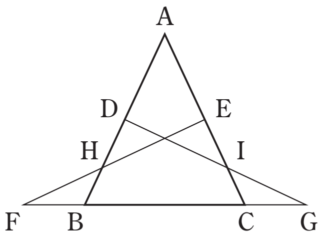


□(1)　AD＝BE であることを証明しなさい。

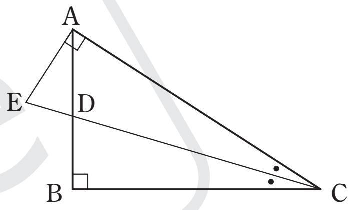
□(2)　∠ABE＝18° のとき，∠ADB の大きさを求めなさい。

応用問題

1 右の図の△ABC で，AB＝AC，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC の中点である。
□点 F，B，C，G は一直線上にあり，FB＝GC で，点 H，I はそれぞれ辺 AB と線分 EF，辺 AC と線分 DG との交点である。このとき，∠BHF＝∠CIG であることを証明しなさい。

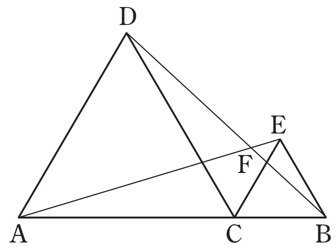


2 右の図の△ABC は ∠B＝90° の直角三角形で，点 D は∠C の二等分線と
□辺 AB との交点，点 E は点 A を通り辺 AC に垂直な直線と直線 CD との交点である。このとき，AD＝AE であることを証明しなさい。



3 右の図で，点 C は線分 AB 上の点，△ACD と△CBE はともに正三角形であり，点 F は線分 AE と BD の交点である。このとき，次の問いに答えなさい。

□(1) △ACE≡△DCB であることを証明しなさい。

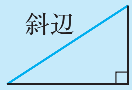


□(2) ∠AFB の大きさを求めなさい。

難□(3) 辺 AC 上に点 G をとる。GA＝GF＝BF のとき，∠GFD の大きさを求めなさい。

17 直角三角形の合同

学習1 直角三角形の合同条件

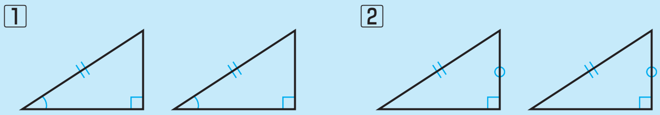


▶直角三角形の直角に対する辺を**斜辺**（しゃへん）という。

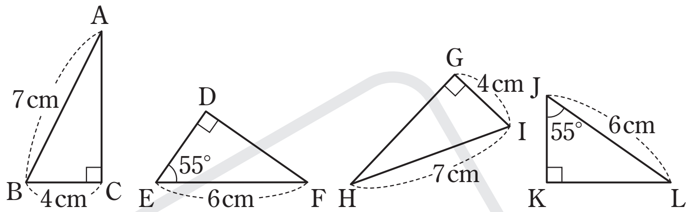
▶２つの直角三角形は，次のどちらか１つが成り立てば合同である。

1 斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい。

2 斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい。



例題1 右の図で，合同な三角形はどれとどれですか。記号≡を使って表しなさい。また，そのときの合同条件を書きなさい。



解き方 △ABC と△HIG で，

∠C＝∠G＝90°，AB＝HI＝7 cm，BC＝IG＝4 cm

直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから，△ABC≡△HIG

△DEF と△KJL で，∠D＝∠K＝90°，EF＝JL＝8 cm，∠E＝∠J＝55°

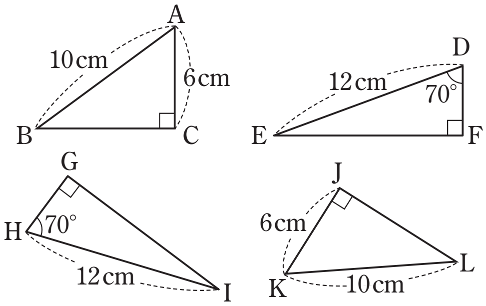
直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから，△DEF≡△KJL

答 **△ABC≡△HIG　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい。**

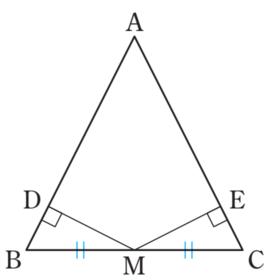
△DEF≡△KJL　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい。

確認問題 1 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図で，合同な三角形はどれとどれですか。記号≡を使って表しなさい。また，そのときの合同条件を書きなさい。



(2) 右の図のように，△ABC の辺 BC の中点を M とし，点 M から辺 AB，AC にそれぞれ垂線 MD，ME を引く。MD＝ME のとき，次の問いに答えなさい。

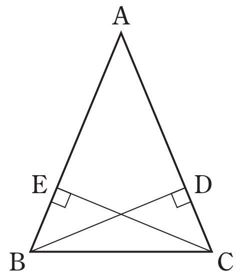


□① △BMD と合同な三角形を答えなさい。また，そのときの合同条件を答えなさい。

□② △ABC はどんな三角形ですか。

学習2 直角三角形の合同

例題 2 右の図の△ABC は，AB＝AC の二等辺三角形である。点 B，C から辺 AC，AB に垂線を引き，辺 AC，AB との交点をそれぞれ D，E とする。このとき，BD＝CE であることを証明しなさい。



解き方 BD，CE をふくむ直角三角形 DBC，ECB の合同を証明する。斜辺が等しいことを確認したうえで，どの合同条件が使えるかを考える。

答 **△DBC と△ECB において，**

BD⊥AC，CE⊥AB より，　∠BDC＝∠CEB＝90°　……①

また，　BC は共通　……②

AC＝AB より，　∠ACB＝∠ABC，つまり，∠DCB＝∠EBC　……③

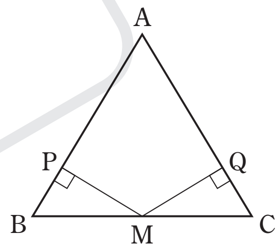
①，②，③より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから，

△DBC≡△ECB

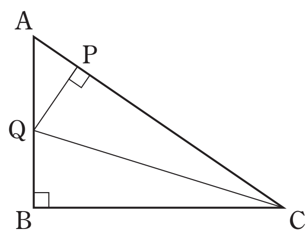
したがって，　BD＝CE

確認問題 2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の△ABC は，AB＝AC の二等辺三角形で，点 M は辺 BC の中点である。点 M から辺 AB，AC に垂線を引き，辺 AB，AC との交点をそれぞれ P，Q とする。このとき，PB＝QC であることを証明しなさい。



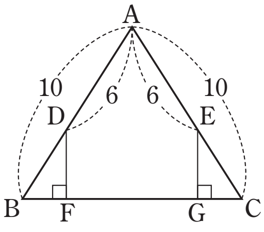
□(2) 右の図の△ABC は，∠B＝90° の直角三角形である。辺 AC 上に点 P を，BC＝PC となるようにとり，点 P を通り，辺 AC に垂直な直線と辺 AB との交点を Q とする。このとき，直線 CQ は∠ACB の二等分線であることを証明しなさい。



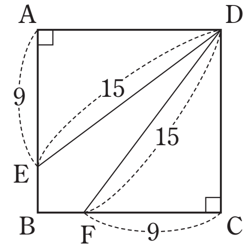
練習問題

1 **［直角三角形の合同条件］** 次の図で，合同な三角形はどれとどれですか。記号≡を使って表しなさい。また，そのときの合同条件を書きなさい。 例題1

□(1)

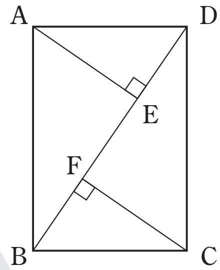


□(2)



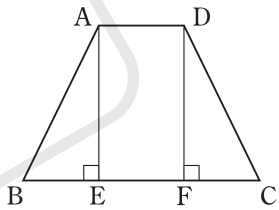
2 **［直角三角形の合同①］** 右の図の四角形 ABCD は長方形である。点 A，C から対角線 BD にそれぞれ垂線 AE，CF を引く。このとき，$\triangle$ADE≡$\triangle$CBF であることを証明しなさい。 例題2

□



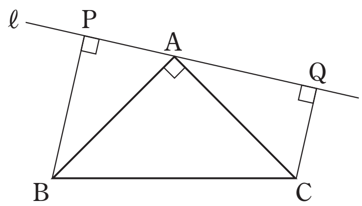
3 **［直角三角形の合同②］** 右の図の四角形 ABCD は，AD∥BC，AB＝DC の台形である。点 A，D から辺 BC にそれぞれ垂線 AE，DF を引く。このとき，BE＝CF であることを証明しなさい。 例題2

□



4 **［直角三角形の合同③］** 右の図のような，$\angle$A＝90° の直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線 ℓ に，点 B，C からそれぞれ垂線 BP，CQ を引く。このとき，$\triangle$ABP≡$\triangle$CAQ であることを次のように証明した。［　　］をうめて証明を完成させなさい。 例題2

□



【証明】 $\triangle$ABP と$\triangle$CAQ において，

$\ell\perp$BP，$\ell\perp$CQ より，　$\angle$APB＝$\angle$［　　　　］＝90°　……①

$\triangle$ABC は $\angle$A＝90° の直角二等辺三角形であるから，AB＝［　　　　］　……②

また，　$\angle$BAP＝180°－($\angle$BAC＋$\angle$［　　　　］)＝90°－$\angle$［　　　　］　……③

$\triangle$CAQ で，　$\angle$ACQ＝180°－($\angle$［　　　　］＋$\angle$CAQ)＝［　　　　］°－$\angle$CAQ　……④

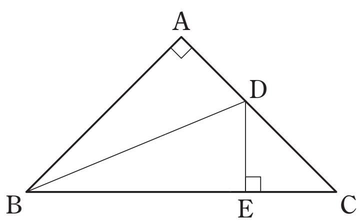
③，④から，　$\angle$BAP＝$\angle$［　　　　］　……⑤

①，②，⑤より，直角三角形の［　　　　　　　　］がそれぞれ等しいから，

$\triangle$［　　　　］≡$\triangle$CAQ

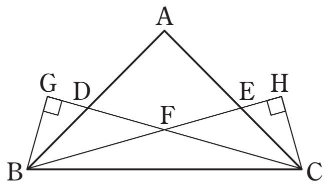
5 **［直角三角形の合同④］** 右の図の$\triangle$ABC は，$\angle$A＝90° の直角二等辺三角形である。$\angle$B の二等分線が辺 AC と交わる点を D とし，点 D から辺 BC に垂線 DE を引く。このとき，線分 AD と長さの等しい線分をすべて答えなさい。 例題2

□



応用問題

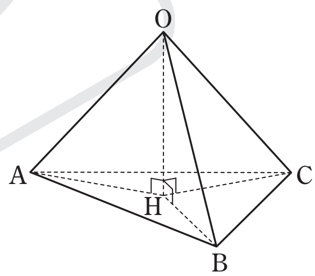
1 右の図の△ABC で，AB＝AC，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，BD＝CE であり，点 F は線分 BE，CD の交点である。また，点 G，H はそれぞれ直線 CD，BE 上の点で，BG⊥CG，CH⊥BH である。このとき，次の問いに答えなさい。



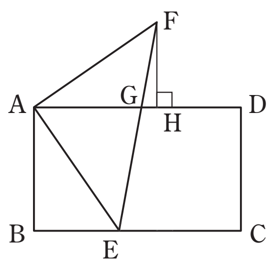
□(1) FB＝FC であることを証明しなさい。

□(2) FG＝FH であることを証明しなさい。

2 三角錐 OABC で，点 O から平面 ABC に垂線 OH を引くとき，OA＝OB＝OC
□ならば，AH＝BH＝CH であることを証明しなさい。



3 右の図で，四角形 ABCD は長方形，△AEF は ∠A＝90° の直角二等辺三角形であり，点 G は辺 AD と EF の交点である。点 F から辺 AD に垂線 FH を引くとき，次の問いに答えなさい。



□(1) △ABE≡△AHF であることを証明しなさい。

難□(2) AB＝6 cm，BE＝4 cm のとき，線分 GH の長さを求めなさい。

平行四辺形の性質

学習1 平行四辺形の性質

▶四角形の向かい合う辺を**対辺**（たいへん），向かい合う角を**対角**（たいかく）という。

▶**定義**　2組の対辺がそれぞれ平行な四角形を平行四辺形という。

上の平行四辺形の定義から，次の性質を導くことができる。

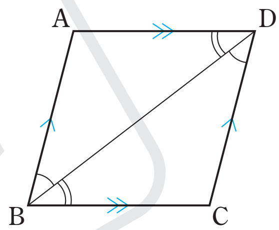
▶**定理**　1　2組の対辺はそれぞれ等しい。　　2　2組の対角はそれぞれ等しい。

3　2つの対角線はそれぞれの中点で交わる。

※ 平行四辺形ABCDを記号▱を使って▱ABCDと表し，「平行四辺形ABCD」と読む。

例題1　「平行四辺形では，2組の対辺はそれぞれ等しい」という定理を証明しなさい。

解き方　▱ABCDで，AB∥DC，AD∥BC を仮定として，AB=DC，AD=BC を導く。



答　▱ABCDにおいて，対角線BDを引く。

△ABDと△CDBにおいて，

BDは共通　……①

平行線の錯角は等しいから，

AB∥DC より，　∠ABD=∠CDB　……②

AD∥BC より，　∠ADB=∠CBD　……③

①，②，③より，1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，△ABD≡△CDB

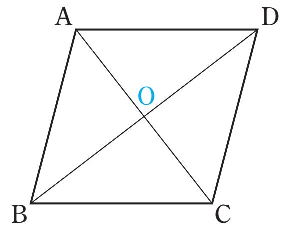
したがって，AB=DC，AD=BC

すなわち，平行四辺形では，2組の対辺はそれぞれ等しい。

参考　△ABDと△CDBにおいて，②，③より，残りの角も等しいので，∠A=∠C がいえる。同じような方法で，∠B=∠D もいえるので，「平行四辺形では，2組の対角はそれぞれ等しい」ということがいえる。

確認問題1　次の問いに答えなさい。

□(1) 「平行四辺形では，2つの対角線はそれぞれの中点で交わる」という定理を，**例題1**の結果を利用して，次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 ▱ABCDの対角線の交点をOとする。

△OABと△[　　　　　]において，

例題1の結果より，平行四辺形の対辺は等しいから，

AB=[　　　　　]　……①

平行線の錯角は等しいから，[　　　　　]∥DC より，

∠OAB=∠[　　　　　]　……②　　∠OBA=∠[　　　　　]　……③

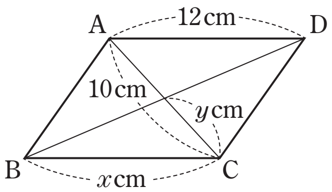
①，②，③より，[　　　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから，△OAB≡△[　　　　　]

したがって，OA=[　　　　　]，[　　　　　]=OD

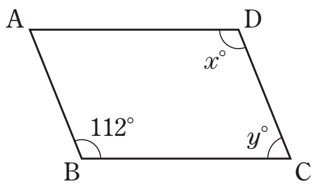
すなわち，平行四辺形では，2つの対角線はそれぞれの中点で交わる。

(2) 次の図の▱ABCD で，x，y の値を求めなさい。

□①

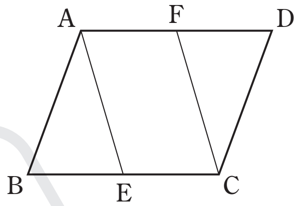


□②



学習2 平行四辺形の性質を利用した証明

例題 2 右の図の▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺 BC，AD 上にあり，BE＝DF である。このとき，△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



解き方 平行四辺形の性質を利用して，等しい辺や角を見つける。

答 **△ABE と△CDF において，**

仮定から，　BE＝DF　……①

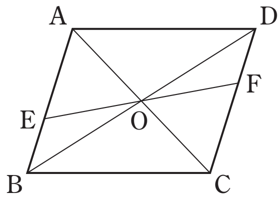
平行四辺形の対辺は等しいから，　AB＝CD　……②

平行四辺形の対角は等しいから，　∠ABE＝∠CDF　……③

①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△ABE≡△CDF

確認問題 2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の▱ABCD で，対角線の交点 O を通る直線と辺 AB，CD との交点をそれぞれ E，F とする。このとき，△OBE≡△ODF であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 △OBE と△ODF において，

平行四辺形の 2 つの対角線はそれぞれの[　　　　　]で交わるから，

OB＝[　　　　　]　……①

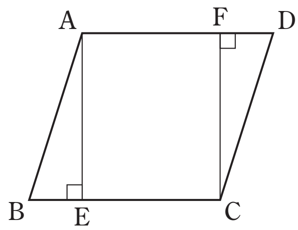
対頂角は等しいから，　∠BOE＝∠[　　　　　]　……②

平行線の錯角は等しいから，AB∥[　　　　　] より，

∠OBE＝∠[　　　　　]　……③

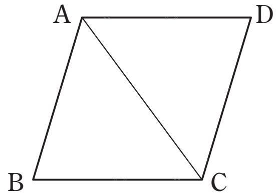
①，②，③より，[　　　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから，△OBE≡△ODF

□(2) 右の図の▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺 BC，AD 上にある。AE⊥BC，CF⊥AD のとき，△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



練 習 問 題

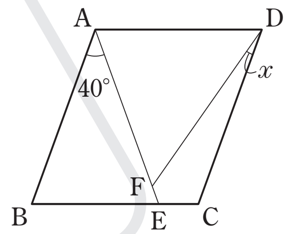
1 **[平行四辺形の性質①]**　「平行四辺形では，2 組の対角はそれぞれ等しい」という定理を次のように証明した。
□[　　　]をうめて証明を完成させなさい。
例題 1



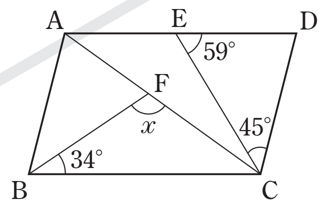
【証明】 ▱ABCD において，対角線 AC を引く。
平行線の[　　　　　]は等しいから，
AB∥DC より，　　∠BAC＝∠[　　　　　]　……①
AD∥[　　　　　] より，　∠[　　　　　]＝∠BCA　……②
ここで，　∠BAD＝∠BAC＋∠[　　　　　]，
∠BCD＝∠[　　　　　]＋∠DCA であるから，
①，②より，　∠BAD＝∠[　　　　　]，つまり，∠A＝∠C　……③
△ABC と△CDA で，①，②より，三角形の残りの角も等しいから，　∠B＝∠[　　　　　]　……④
③，④より，平行四辺形では，2 組の対角はそれぞれ等しい。

2 **[平行四辺形の性質②]**　次の問いに答えなさい。
例題 1

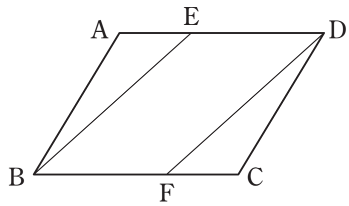
□(1)　右の図の▱ABCD で，AB＝AE，AF＝AD のとき，∠x の大きさを求めなさい。



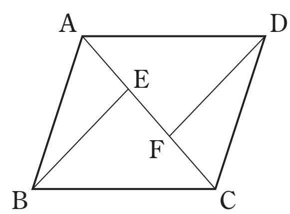
□(2)　右の図の▱ABCD で，BA＝BF のとき，∠x の大きさを求めなさい。



3 **[平行四辺形の性質を利用した証明①]**　右の図の▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺 AD，BC 上にある。∠ABE＝∠CDF のとき，BE＝DF であることを証明しなさい。
例題 2

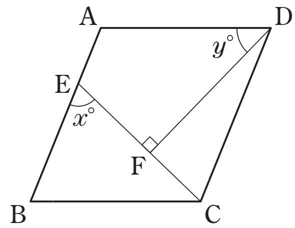


4 **[平行四辺形の性質を利用した証明②]**　右の図の▱ABCD で，点 E，F は対角線 AC 上にあり，AE＝CF である。このとき，△BEC≡△DFA であることを証明しなさい。
例題 2

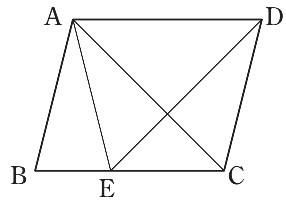


応用問題

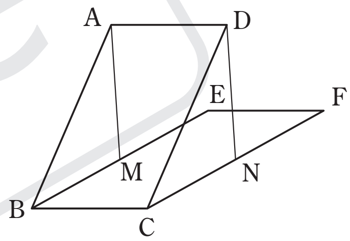
1 右の図の▱ABCD で，CB＝CE，DF⊥EC である。∠CEB＝x°，∠ADF＝y° と
□するとき，y を x の式で表しなさい。



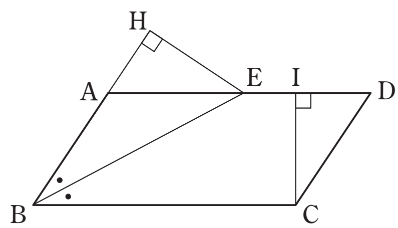
難 **2** 右の図の▱ABCD で，点 E は辺 BC 上の点で，AB＝AE である。このとき，
□△AED≡△DCA であることを証明しなさい。



3 右の図の四角形 ABCD，EBCF はともに平行四辺形であり，点 M，N はそ
□れぞれ辺 EB，FC の中点である。このとき，△ABM≡△DCN であることを
証明しなさい。



4 ∠B＜90° である平行四辺形 ABCD で，∠B の二等分線と辺 AD との交点を E とし，点 E から直線 BA に垂線 EH を引く。また，点 C から辺 AD に垂線 CI を引く。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1) △ABE は二等辺三角形であることを証明しなさい。

□(2) △AEH≡△DCI であることを証明しなさい。

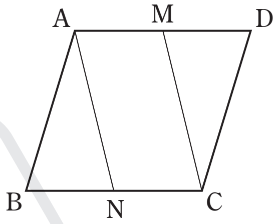
平行四辺形になるための条件

学習1 平行四辺形になることの証明

▶**定理**　四角形は，次のどれか１つが成り立てば，平行四辺形である。

1. ２組の対辺がそれぞれ平行である。……**定義**
2. ２組の対辺がそれぞれ等しい。
3. ２組の対角がそれぞれ等しい。
4. ２つの対角線がそれぞれの中点で交わる。
5. １組の対辺が平行で等しい。

例題1　右の図の▱ABCD で，点 M，N はそれぞれ辺 AD，BC の中点である。このとき，四角形 ANCM は平行四辺形であることを証明しなさい。



解き方　AM∥NC，AM＝NC を導き，上の5を用いる。

答　**AD∥BC より，　AM∥NC　……①**

点 M，N はそれぞれ辺 AD，BC の中点であるから，

$$\mathbf{AM}=\frac{1}{2}\mathbf{AD}\quad\cdots\cdots①\qquad \mathbf{NC}=\frac{1}{2}\mathbf{BC}\quad\cdots\cdots③$$

平行四辺形の対辺は等しいから，

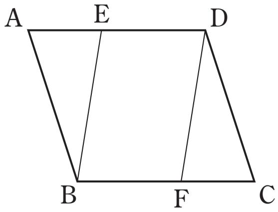
AD＝BC　……④

②，③，④から，　AM＝NC　……⑤

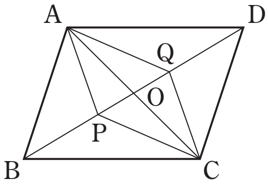
①，⑤より，１組の対辺が平行で等しいから，四角形 ANCM は平行四辺形である。

確認問題1　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図の▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺 AD，BC 上の点で，AE＝CF である。このとき，四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2)　右の図の▱ABCD で，点 O は対角線の交点，点 P，Q はそれぞれ線分 OB，OD 上の点である。BP＝DQ のとき，四角形 APCQ は平行四辺形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】　平行四辺形の２つの対角線はそれぞれの中点で交わるから，

OA＝[　　　　　]　……①　　[　　　　　]＝OD　……②

仮定から，　BP＝[　　　　　]　……③

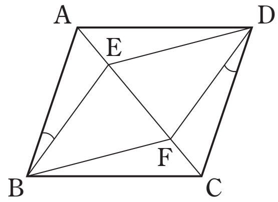
また，　OP＝OB－BP　……④　　OQ＝[　　　　　]－[　　　　　]　……⑤

②，③，④，⑤から，　[　　　　　]＝OQ　……⑥

①，⑥より，[　　　　　　　　　　　　　　　　]から，四角形 APCQ は平行四辺形である。

学習2 合同を利用する証明

例題2 右の図の▱ABCD で，対角線 AC 上に，∠ABE＝∠CDF となるように点 E, F をとるとき，四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。



解き方 三角形の合同を利用して，等しい辺や角の関係を導く。

答 **△ABE と△CDF において，**

平行四辺形の対辺は等しいから，　AB＝CD　……①

仮定から，　∠ABE＝∠CDF　……②

平行線の錯角は等しいから，AB∥DC より，　∠BAE＝∠DCF　……③

①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，　△ABE≡△CDF

したがって，　EB＝DF　……④

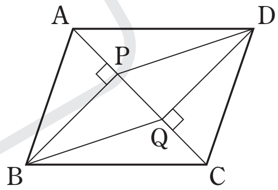
また，　∠BEF＝∠ABE＋∠BAE，∠DFE＝∠CDF＋∠DCF　……⑤

よって，②，③，⑤から，∠BEF＝∠DFE となり，錯角が等しいから，　EB∥DF　……⑥

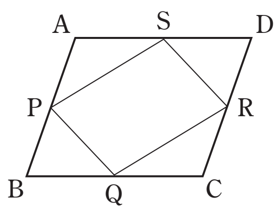
④，⑥より，1 組の対辺が平行で等しいから，四角形 EBFD は平行四辺形である。

確認問題 2 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の▱ABCD で，対角線 AC 上に，BP⊥AC，DQ⊥AC となる点 P，Q をとるとき，四角形 PBQD は平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2) 右の図の▱ABCD で，点 P，Q，R，S は各辺の中点である。このとき，四角形 PQRS は平行四辺形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 △APS と△CRQ において，

点 P, R はそれぞれ辺 AB, DC の中点であるから，$AP=\frac{1}{2}$[　　　　]　……①　$CR=\frac{1}{2}DC$　……②

平行四辺形の[　　　　]は等しいから，　AB＝[　　　　]　……③

①，②，③から，AP＝[　　　　]　……④　　同様にして，AS＝[　　　　]　……⑤

平行四辺形の[　　　　]は等しいから，∠PAS＝∠[　　　　]　……⑥

④，⑤，⑥より，[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから，△APS≡△CRQ

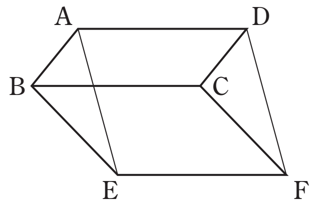
したがって，　[　　　　]＝QR　……⑦

同様にして，△BPQ≡△DRS であることから，PQ＝[　　　　]　……⑧

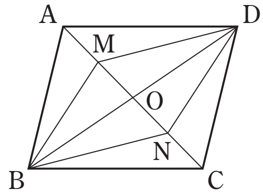
⑦，⑧より，[　　　　　　　　]から，四角形 PQRS は平行四辺形である。

練 習 問 題

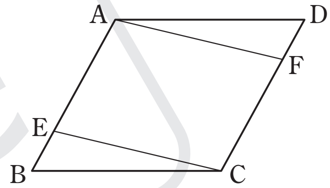
1 **[平行四辺形になることの証明①]**　右の図で，四角形 ABCD，BEFC が平行四辺形であるとき，四角形 AEFD は平行四辺形であることを証明しなさい。
例題 1



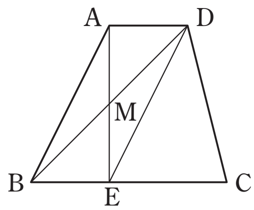
2 **[平行四辺形になることの証明②]**　右の図の▱ABCD で，点 O は対角線の交点，点 M，N はそれぞれ線分 OA，OC の中点である。このとき，四角形 MBND は平行四辺形であることを証明しなさい。
例題 1



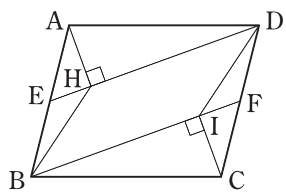
3 **[平行四辺形になることの証明③]**　右の図の▱ABCD で，点 E，F はそれぞれ辺 AB，DC 上にあり，∠BCE＝∠DAF である。このとき，四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。
例題 1



4 **[合同を利用する証明①]**　右の図は，AD∥BC の台形 ABCD で，点 M は対角線 BD の中点，点 E は直線 AM と辺 BC との交点である。このとき，四角形 ABED は平行四辺形であることを証明しなさい。
例題 2



5 **[合同を利用する証明②]**　右の図で，四角形 ABCD，EBFD は平行四辺形である。点 A，C から辺 ED，FB にそれぞれ垂線 AH，CI を引くとき，四角形 HBID は平行四辺形であることを証明しなさい。
例題 2

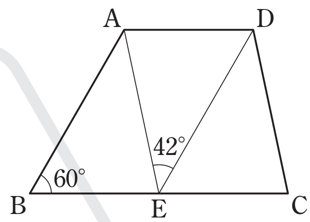


応用問題

1 次の**ア**～**ク**のうちで，四角形 ABCD がつねに平行四辺形になるものをすべて選び，記号で答えなさい。ただし，
□ O は対角線の交点とする。

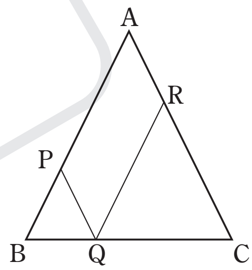
ア　AB∥DC，AB＝DC　　**イ**　AD∥BC，AB＝DC
ウ　∠A＝∠C，∠B＝∠D　　**エ**　∠A＝∠B，∠C＝∠D
オ　OA＝OB，OC＝OD　　**カ**　OA＝OC，AD∥BC
キ　AC＝BD，AC⊥BD　　**ク**　∠A＋∠B＝∠B＋∠C＝180°

2 右の図の四角形 ABCD は，AD∥BC の台形で，点 E は辺 BC の中点である。
□ AB∥DE，∠B＝60°，∠AED＝42°のとき，∠DCE の大きさを求めなさい。



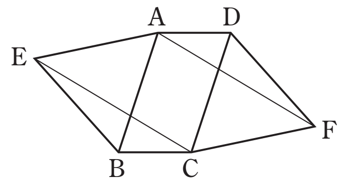
3 右の図の△ABC は AB＝AC の二等辺三角形で，点 P，Q，R はそれぞれ辺 AB，BC，AC 上にあり，AR＝BP，AC∥PQ である。このとき，次の問いに答えなさい。

□(1)　四角形 APQR は平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2)　PB＝4 cm，RC＝8 cm のとき，四角形 APQR の周の長さを求めなさい。

難 **4** 右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形，△ABE，△CDF は正三角形である
□とき，四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。



20 特別な平行四辺形

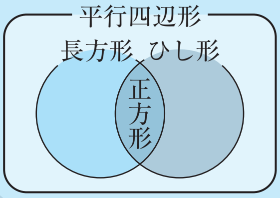
学習1 特別な平行四辺形

▶**定義**　4つの角が等しい四角形を長方形という。

定義　4つの辺が等しい四角形をひし形という。

定義　4つの角が等しく，4つの辺が等しい四角形を正方形という。

▶長方形，ひし形，正方形は，どれも平行四辺形であり，正方形は，長方形とひし形の両方の性質をもつ。



▶**対角線の性質**　1　長方形の対角線は長さが等しい。

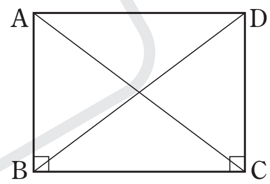
2　ひし形の対角線は垂直に交わる。

3　正方形の対角線は長さが等しく，垂直に交わる。

例題1　「長方形の対角線は長さが等しい」ことを証明しなさい。

解き方　長方形は平行四辺形の性質をもつことに着目し，三角形の合同を利用して証明する。

答　長方形ABCDで，対角線AC，BDを引く。

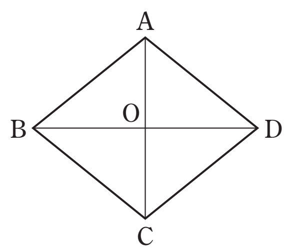


△ABCと△DCBにおいて，
長方形の対辺は等しいから，AB＝DC　……①
また，　BCは共通　……②
仮定から，　∠ABC＝∠DCB　……③
①，②，③より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABC≡△DCB
したがって，　AC＝DB　すなわち，長方形の対角線は長さが等しい。

確認問題1　次の問いに答えなさい。

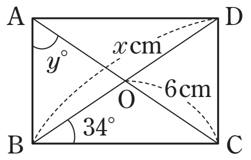
□(1)「ひし形の対角線は垂直に交わる」ことを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。

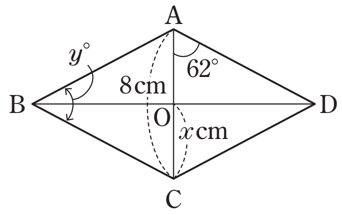
【証明】　ひし形ABCDで，対角線の交点をOとする。



△OABと△[　　　　]において，
仮定から，　[　　　　]＝AD　……①
また，　OAは共通　……②
ひし形の2つの対角線はそれぞれの中点で交わるから，
OB＝[　　　　]　……③
①，②，③より，[　　　　　　　　]がそれぞれ等しいから，
△OAB≡△[　　　　]
したがって，　∠AOB＝∠[　　　　]
点B，O，Dは一直線上にあるから，∠AOB＝∠[　　　　]＝[　　　　]°
すなわち，ひし形の対角線は垂直に交わる。

(2)　次の①，②の四角形 ABCD はそれぞれ長方形，ひし形である。x，y の値を求めなさい。

□①


□②


学習2　特別な平行四辺形になるための条件

▶「1つの角が直角である」か「対角線の長さが等しい」のどちらかの条件を加えると，平行四辺形は**長方形**になる。

▶「となり合う辺が等しい」か「対角線が垂直に交わる」のどちらかの条件を加えると，平行四辺形は**ひし形**になる。

▶長方形でもあり，ひし形でもある平行四辺形は**正方形**になる。

例題2　「1つの角が直角である平行四辺形は長方形である」ことを証明しなさい。

解き方　平行四辺形の2組の対角はそれぞれ等しいことと，内角の和が360°であることに着目する。

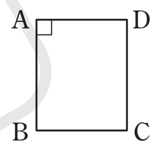
答　**右の図の▱ABCD で，∠A＝90° とすると，平行四辺形の対角は等しいから，**

∠C＝∠A＝90°

よって，∠B＝∠D＝(360°－90°×2)÷2＝90° より，　∠A＝∠B＝∠C＝∠D

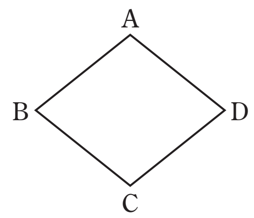
4つの角が等しいから，▱ABCD は長方形である。

したがって，1つの角が直角である平行四辺形は長方形である。

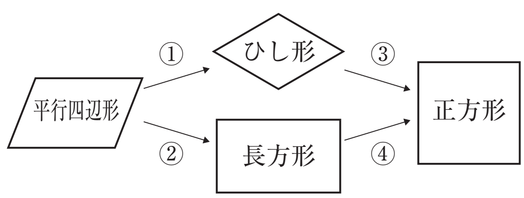


確認問題2　次の問いに答えなさい。

□(1)　右の図の▱ABCD で，AB＝AD であるとして，「となり合う辺が等しい平行四辺形はひし形である」ことを証明しなさい。



□(2)　右の図は，平行四辺形に条件を加えて特別な平行四辺形にする過程を示したものである。①～④にあてはまるものを，次のア～エの中からそれぞれ2つずつ選び，記号で答えなさい。



ア　1つの角が直角である。　　**イ**　対角線の長さが等しい。

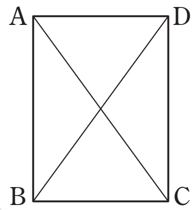
ウ　となり合う辺が等しい。　　**エ**　対角線が垂直に交わる。

練習問題

1 **［特別な平行四辺形］** 平行四辺形，長方形，ひし形，正方形について，次の表のそれぞれの性質がつねに成り立つ場合は○を入れなさい。 例題1

性質 ＼ 四角形	2組の対辺		4つの辺が等しい	2組の対角が等しい	4つの角が等しい	対角線		
	平行	等しい				それぞれの中点で交わる	等しい	垂直に交わる
平行四辺形								
長方形								
ひし形								
正方形								

2 **［特別な平行四辺形になるための条件①］** 右の図の▱ABCD で，AC＝BD であるとして，「対角線の長さが等しい平行四辺形は長方形である」ことを次のように証明した。
［　］をうめて証明を完成させなさい。 例題2



【証明】 △ABC と△DCB において，

仮定から，AC＝［　　　　］ ……①　　また，［　　　　］は共通 ……②

平行四辺形の［　　　　］は等しいから，［　　　　］＝DC ……③

①，②，③より，［　　　　　　　　］がそれぞれ等しいから，△ABC≡△DCB

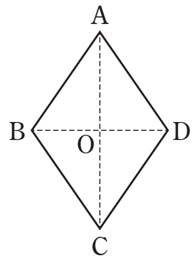
したがって，　∠ABC＝∠［　　　　］ ……④

④と，平行四辺形の2組の［　　　　］はそれぞれ等しいことから，∠DAB＝∠ABC＝∠BCD＝∠CDA

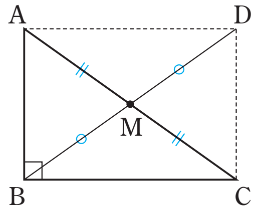
となり，［　　　　］が等しいから，▱ABCD は長方形である。

すなわち，対角線の長さが等しい平行四辺形は長方形である。

3 **［特別な平行四辺形になるための条件②］** 右の図の▱ABCD で，BD⊥AC であるとして，「対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である」ことを証明しなさい。 例題2

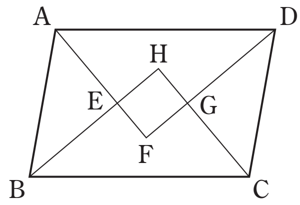


4 **［特別な平行四辺形になるための条件③］** ∠B＝90° の直角三角形 ABC の斜辺 AC の中点を M とする。また，線分 BM の延長線上に，BM＝DM となる点 D をとる。このとき，四角形 ABCD は長方形であることを証明しなさい。 例題2



■ 応用問題 ■

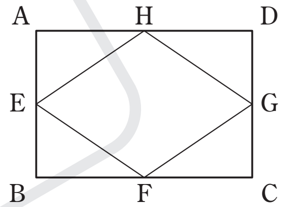
1 右の図で，点 E，F，G，H は▱ABCD の４つの角それぞれの二等分線の交点である。このとき，次の問いに答えなさい。



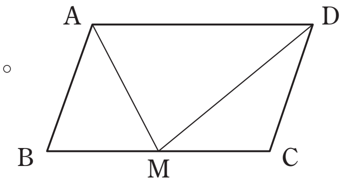
難 □(1) 四角形 EFGH は長方形であることを証明しなさい。

□(2) ▱ABCD が長方形のとき，四角形 EFGH はどんな四角形になりますか。

2 長方形 ABCD の各辺の中点を右の図のように，E，F，G，H とするとき，四角形 EFGH はひし形であることを証明しなさい。



3 ▱ABCD の辺 BC の中点を M とする。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1) $\angle AMB = \angle DMC$ ならば，この平行四辺形は長方形であることを証明しなさい。

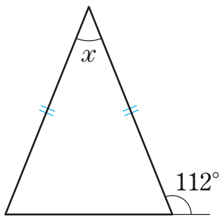
□(2) この平行四辺形がひし形で，$\angle ABC = 60°$ のとき，△AMD はどんな三角形ですか。

5 章のまとめ

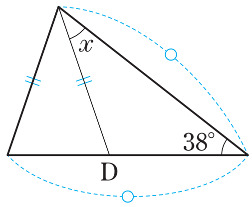
1 二等辺三角形の性質 ▶教科書 P.149〜151

次の図で，同じ印をつけた線分の長さは等しいとして，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

□(1)

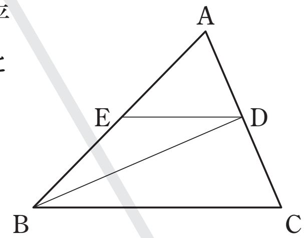


□(2)



2 2 つの角が等しい三角形 ▶教科書 P.153〜154

□ 右の図で，△ABC の∠B の二等分線と辺 AC との交点を D，点 D を通り，辺 BC に平行な直線と辺 AB との交点を E とする。このとき，△EBD が二等辺三角形であることを次のように証明した。[　　]をうめて証明を完成させなさい。



【証明】 直線 BD は∠B の二等分線であるから，

∠EBD＝∠[　　　　　　]　……①

平行線の[　　　　　　]は等しいから，ED∥BC より，

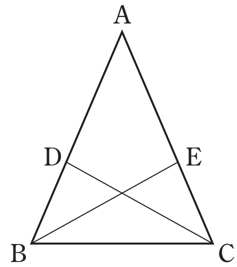
∠CBD＝∠EDB　　　　　　……②

①，②から，　∠EBD＝∠[　　　　　　]

[　　　　　　　　　　]が等しいから，△EBD は二等辺三角形である。

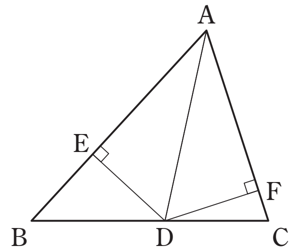
3 二等辺三角形の性質と証明 ▶教科書 P.154〜156

□ 右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点である。∠BDC＝∠CEB のとき，BD＝CE であることを証明しなさい。



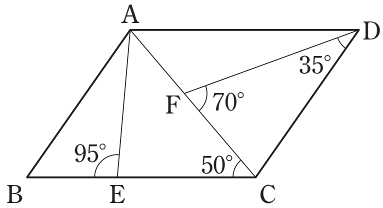
4 直角三角形の合同 ▶教科書 P.158〜160

□ 右の図で，点 D は△ABC の∠A の二等分線と辺 BC との交点，点 E，F はそれぞれ辺 AB，AC 上の点で，AB⊥DE，AC⊥DF である。このとき，△ADE≡△ADF であることを証明しなさい。



5 平行四辺形の性質
▶教科書 P.162〜164

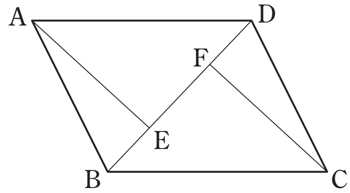
右の図の▱ABCDで，次の角の大きさを求めなさい。



□(1)　∠ADF　　　　□(2)　∠BAE

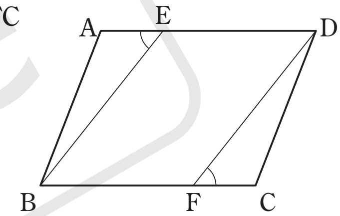
6 平行四辺形の性質を利用した証明
▶教科書 P.164〜165

□ 右の図の▱ABCDで，点E，Fは対角線BD上にあり，AE∥FCである。このとき，DE＝BFであることを証明しなさい。



7 平行四辺形になるための条件
▶教科書 P.166〜169

□ 右の図の▱ABCDで，点E，Fはそれぞれ辺AD，BC上にあり，∠AEB＝∠DFCである。このとき，四角形EBFDは平行四辺形であることを証明しなさい。



8 特別な平行四辺形
▶教科書 P.170〜171

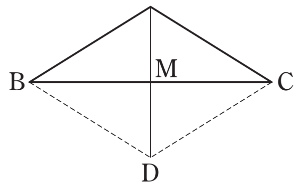
次のことがらについて，正しければ○，正しくなければ×を書きなさい。

□(1)　正方形はひし形である。　　　　□(2)　長方形は正方形である。

□(3)　対角線の長さが等しい平行四辺形は長方形である。　□(4)　対角線が垂直に交わる四角形はひし形である。

9 特別な平行四辺形になるための条件
▶教科書 P.172

□ AB＝AC の二等辺三角形ABCの辺BCの中点をMとする。また，線分AMの延長線上に，AM＝DM となる点Dをとる。このとき，四角形ABDCはひし形であることを証明しなさい。



➡巻末の**補充の問題**⑤(P.178)で，この章で学習した内容を確実に身につけよう。

5章　三角形・四角形

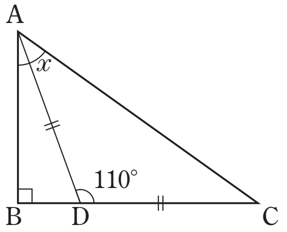
まとめテスト

得点

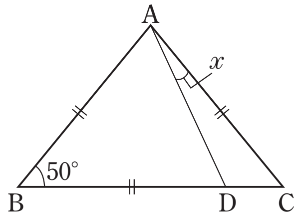
／100点

1 次の図で，同じ印をつけた線分の長さは等しいとして，$\angle x$ の大きさを求めなさい。〈5点×2〉

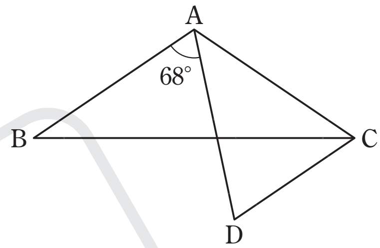
□(1)



□(2)

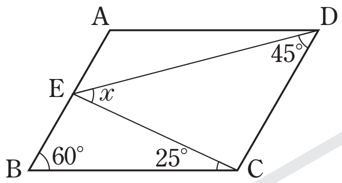


2 右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，△ADC は AD＝AC の
□二等辺三角形で，∠ADC＝2∠ABC である。∠BAD＝68° のとき，∠ABC
の大きさを求めなさい。〈5点〉

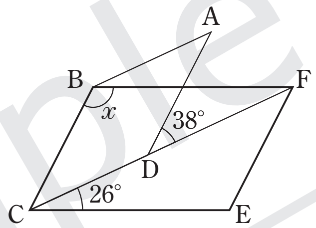


3 次の図で，四角形 ABCD，BCEF は平行四辺形である。$\angle x$ の大きさを求めなさい。〈5点×2〉

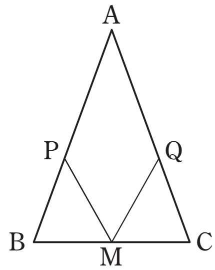
□(1)



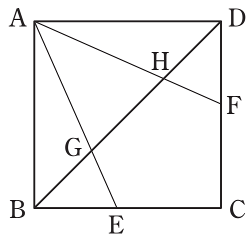
□(2)



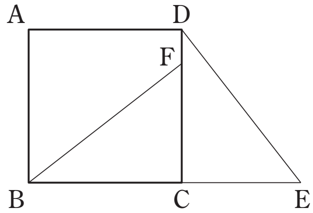
4 右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC 上の
□点，点 M は辺 BC の中点である。∠BMP＝∠CMQ のとき，△PBM≡△QCM である
ことを証明しなさい。〈10点〉



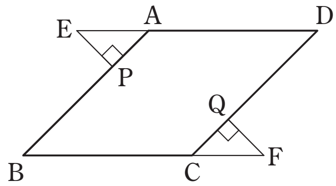
5 右の図で，四角形 ABCD は正方形，点 E，F はそれぞれ辺 BC，DC 上の点，点 G，
□H はそれぞれ対角線 BD と線分 AE，AF との交点である。BE＝DF のとき，△AGH は
二等辺三角形であることを証明しなさい。〈10点〉



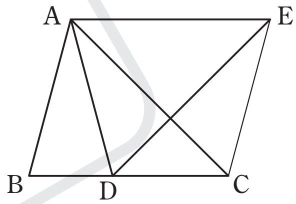
6 右の図で，四角形 ABCD は正方形，点 E は辺 BC の延長線上の点，点 F は辺 CD 上の点で，BF＝DE である。BE＝14cm，DF＝2cm のとき，正方形 ABCD の 1 辺の長さを求めなさい。〈5点〉



7 右の図の▱ABCD で，辺 DA，BC の延長線上にそれぞれ点 E，F を AE＝CF となるようにとり，点 E，F から辺 AB，CD にそれぞれ垂線 EP，FQ を引く。このとき，AP＝CQ であることを証明しなさい。〈10点〉



8 右の図で，△ABC≡△DAE であり，点 D は辺 BC 上にある。このとき，四角形 ABCE は平行四辺形であることを証明しなさい。〈10点〉



9 ▱ABCD に次の条件が加わるとき，四角形 ABCD は長方形，ひし形，正方形のうちのどれになりますか。ただし，O は対角線の交点とする。〈5点×4〉

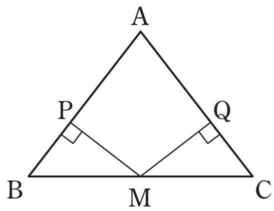
□(1) ∠ACB＝∠ACD

□(2) OA＝OB

□(3) ∠A＝∠D，∠BOC＝90°

□(4) ∠ACD＋∠BDC＝90°

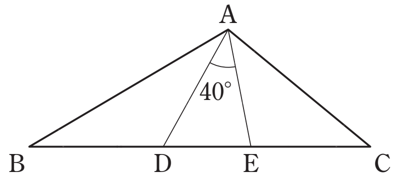
10 右の図は，AB＝AC の二等辺三角形 ABC で，点 M は辺 BC の中点である。点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC 上にあり，AB⊥MP，AC⊥MQ である。∠A＝90° のとき，四角形 APMQ はどんな四角形になりますか。〈10点〉



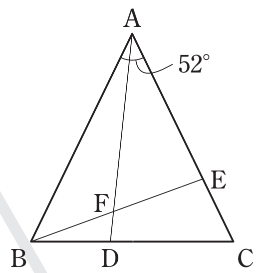
チャレンジ問題

1 次の問いに答えなさい。

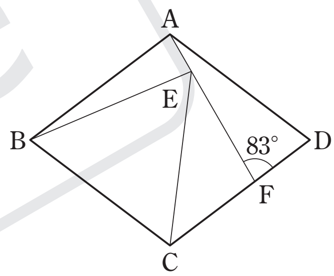
□(1) 右の図のような△ABC があり，点 D，E は辺 BC 上の点で，AD＝BD，AE＝CE である。∠DAE＝40° のとき，∠BAC の大きさを求めなさい。



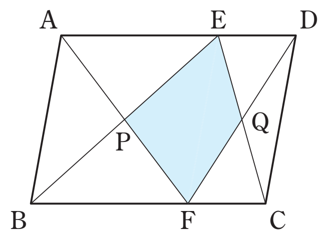
□(2) 右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形，点 D，E はそれぞれ辺 BC，AC 上の点で，F は線分 AD と BE との交点である。∠BAC＝52°，∠ADC＝∠AEB のとき，∠AFE の大きさを求めなさい。



□(3) 右の図で，四角形 ABCD はひし形，△EBC は正三角形で，点 F は線分 AE の延長と辺 CD との交点である。∠EFD＝83° のとき，∠ADF の大きさを求めなさい。

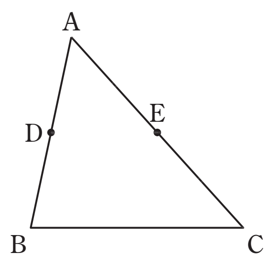


2 右の図の平行四辺形 ABCD で，点 E は辺 AD 上の点，点 F は辺 BC 上の点で，
□AE：ED＝BF：FC＝2：1 である。また，点 P は線分 AF と BE との交点，点 Q は線分 CE と DF との交点である。▱ABCD の面積が60 cm² のとき，四角形 EPFQ の面積を求めなさい。



3 右の図のように，△ABC の辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とする。DE の延長線上に，DE＝EF となるように点 F をとって，四角形 ADCF をつくるとき，次の問いに答えなさい。

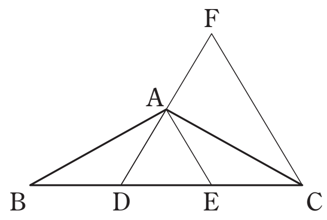
□(1) 四角形 ADCF はどんな四角形になりますか。



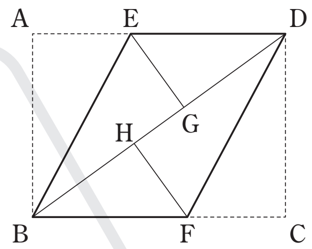
(2) さらに，△ABC に次のような条件を加えたとき，四角形 ADCF はどんな四角形になりますか。

□① ∠C＝90°　　□② ∠A＝∠B

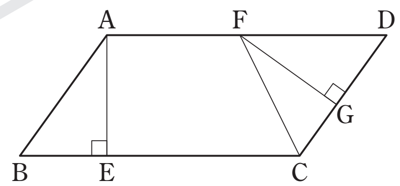
4 □右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形で，辺 BC を 3 等分する点を，点 B に近い方から順に D，E とする。また，点 C を通り，線分 AE に平行な直線と DA の延長線との交点を F とする。このとき，△FDC が二等辺三角形であることを証明しなさい。



5 □右の図は，長方形の紙 ABCD を，辺 AB，CD がそれぞれ対角線 BD と重なるように折り返したところを示したものである。このときにできた辺 AD，BC 上の折り目の端をそれぞれ E，F とし，点 A，C が対角線 BD と重なった点をそれぞれ G，H とする。このとき，四角形 EBFD が平行四辺形であることを証明しなさい。



6 右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形，E は点 A から辺 BC に引いた垂線と辺 BC との交点である。また，F は∠BCD の二等分線と辺 AD との交点，G は点 F から辺 CD に引いた垂線と辺 CD との交点である。このとき，次の問いに答えなさい。



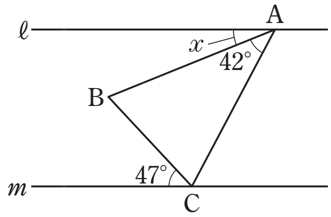
□(1) △ABE≡△FDG であることを証明しなさい。

□(2) AB＝4 cm，BC＝10 cm とする。四角形 AECF の面積が四角形 ABCD の面積の $\frac{2}{3}$ 倍となるとき，線分 BE の長さを求めなさい。

思考力―実践力をのばす問題

1 次の問いに答えなさい。

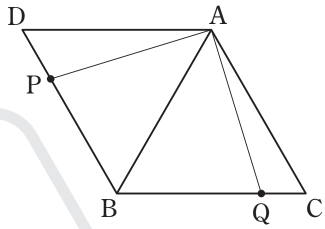
□(1)　右の図のように，AB＝AC である二等辺三角形 ABC と，頂点 A，C をそれぞれ通る 2 本の平行な直線 ℓ，m がある。このとき，$\angle x$ の大きさは何度か。〈鹿児島〉



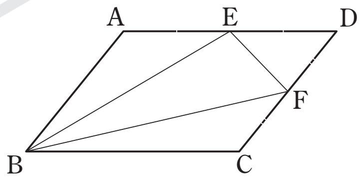
□(2)　右の図で，△ABC と△ABD は，ともに同じ平面上にある正三角形で，頂点 C と頂点 D は一致しない。点 P は，辺 BD 上にある点で，頂点 B，頂点 D のいずれにも一致しない。点 Q は，辺 BC 上にある点で，頂点 B，頂点 C のいずれにも一致しない。頂点 A と点 P，頂点 A と点 Q をそれぞれ結ぶ。$\angle$PAQ＝90°，$\angle$DAP＝a°　とするとき，$\angle$AQB の大きさを表す式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。〈東京〉

ア　$(75-a)$度　　**イ**　$(90-a)$度

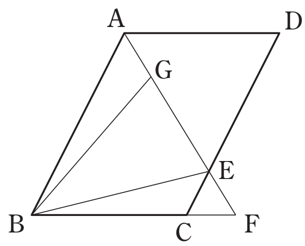
ウ　$(a+30)$度　　**エ**　$(a+60)$度



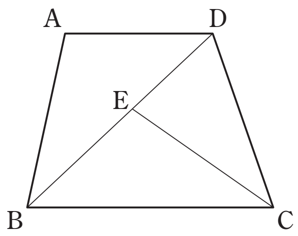
□(3)　右の図のような平行四辺形 ABCD があり，辺 AD，CD の中点をそれぞれ E，F とします。このとき，△EBF の面積は△DEF の面積の何倍になるか求めなさい。〈埼玉 24〉



2 右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形であり，$\angle$BAD の二等分線と辺 CD，辺 BC を延長した直線との交点をそれぞれ E，F とする。また，点 G は線分 AF 上の点で，$\angle$ABG＝$\angle$CBE　である。このとき，△ABG≡△FBE　であることを証明しなさい。〈岐阜〉



3 右の図のように，AD∥BC の台形 ABCD があり，∠BCD＝∠BDC である。対角線 BD 上に，∠DBA＝∠BCE となる点 E をとるとき，AB＝EC であることを証明しなさい。〈新潟〉



4 次の四角形のうち，必ず平行四辺形になる四角形はどれか。次の**ア**～**エ**からすべて選び，その記号を書きなさい。〈高知〉

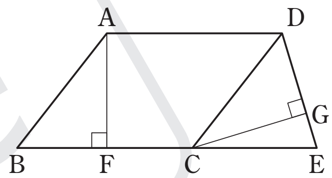
ア　4 つの角がすべて直角である四角形

イ　1 組の対辺が平行であり，もう 1 組の対辺の長さが等しい四角形

ウ　対角線が垂直に交わる四角形

エ　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形

5 右の図において，四角形 ABCD は内角∠ABC が鋭角の平行四辺形である。△EDC は ED＝EC の二等辺三角形であり，E は直線 BC 上にある。F は，A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点である。G は，C から辺 ED にひいた垂線と辺 ED との交点である。次の問いに答えなさい。〈大阪〉



(1)　△ABF≡△CDG であることを証明しなさい。

(2)　四角形 ABCD の面積を $a$cm^2，四角形 AFED の面積を $b$cm^2 とするとき，△CEG の面積を a，b を用いて表しなさい。

6 右の図のように，平行四辺形 ABCD の辺 AB，BC，CD，DA 上に 4 点 E，F，G，H をそれぞれとり，線分 EG と BH，DF との交点をそれぞれ I，J とします。AE＝BF＝CG＝DH のとき，△BEI≡△DGJ であることを証明しなさい。

〈埼玉 23〉