

## 三角形①

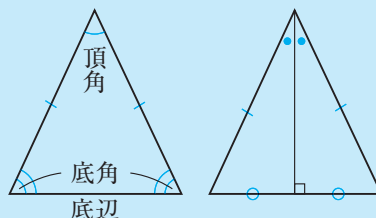
## 学習1 二等辺三角形の性質

## 定義

2つの辺が等しい三角形を二等辺三角形という。

## 定理

- ① 二等辺三角形の底角は等しい。
- ② 二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する。



定義…用語の意味をはっきり述べたもの  
定理…証明されたことがらのうち、よく使われるもの

**例題1** 右の図は  $AB=AC$  の二等辺三角形で、 $\angle A$  の二等分線と辺  $BC$  との交点を  $D$  とする。 $\angle B=\angle C$  であることを証明しなさい。(→定理①の証明)

**解き方**  $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$  を証明し、 $\angle B=\angle C$  であることを導く。

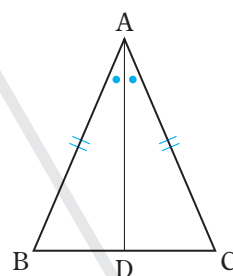
**答**  $\triangle ABD$  と  $\triangle ACD$  で、

仮定から、 $AB=AC$  ……①  $\angle BAD=\angle CAD$  ……②

共通な辺だから、 $AD=AD$  ……③

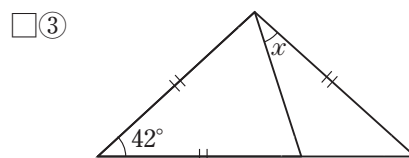
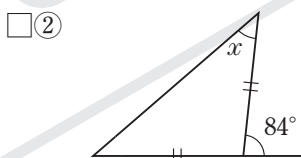
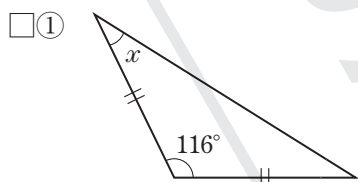
①, ②, ③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$

合同な三角形の対応する角は等しいから、 $\angle B=\angle C$

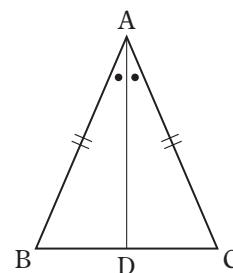


## 確認問題1 次の問いに答えなさい。

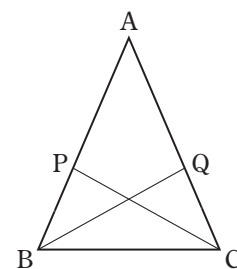
(1) 次の図で、同じ印をつけた辺は等しいとして、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。



□(2) 上の**例題1**で証明したように、右の図で  $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$  である。このとき、 $AD$  は  $BC$  を垂直に2等分することを証明しなさい。

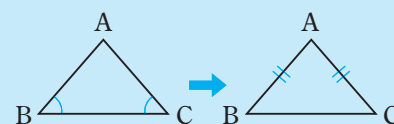


- (3) 右の図で、 $\triangle ABC$  は  $AB=AC$  の二等辺三角形である。  $PB=QC$  のとき、  
 $\triangle PBC \equiv \triangle QCB$  であることを証明しなさい。

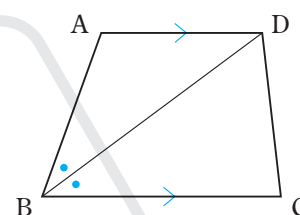


## 学習2 二等辺三角形になるための条件

- ▶ 定理 2つの角が等しい三角形は、それらの角を底角とする二等辺三角形である。(右の図で  $\angle B = \angle C$  ならば  $AB=AC$ )



- 例題2** 右の図は  $AD \parallel BC$  の台形  $ABCD$  である。  $BD$  が  $\angle ABC$  の二等分線  
 のとき、 $\triangle ABD$  が二等辺三角形であることを証明しなさい。



**解き方**  $\triangle ABD$  の2つの角が等しいことを導く。

**答** 仮定から、  $\angle ABD = \angle DBC$  ……①

平行線の錯角は等しいので、

$AD \parallel BC$  から、  $\angle ADB = \angle DBC$  ……②

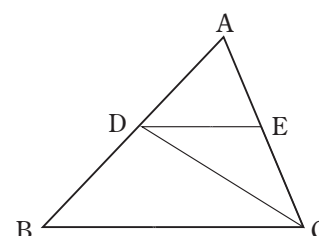
①、②から、  $\angle ABD = \angle ADB$

2つの角が等しいから、 $\triangle ABD$  は二等辺三角形である。

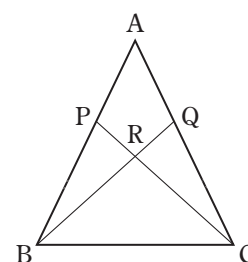
よく用いる論法  
 $P=R, Q=R$  よって、  $P=Q$

## 確認問題2 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図で、 $\triangle ABC$  の  $\angle C$  の二等分線と辺  $AB$  との交点を  $D$  とし、  $D$  を  
 通り辺  $BC$  に平行な直線と辺  $AC$  との交点を  $E$  とする。 $\triangle EDC$  が二等辺  
 三角形であることを証明しなさい。



- (2) 右の図の  $\triangle ABC$  は、  $AB=AC$  の二等辺三角形である。  $BP=CQ$  のとき、  
 $\triangle RBC$  は二等辺三角形であることを証明しなさい。



### 学習3 ことがらの逆

- ▶ 仮定と結論が入れかわっている2つのことがらがあるとき、一方を他方の逆という。
- ▶ あることがらが成り立たないことを示す例を反例という。

$A$  ならば  $B$  である  
 $B$  ならば  $A$  である。

**例題3** 次のことがらの逆を答えなさい。また、それが正しい場合は○を書き、正しくない場合は×を書いて反例をあげなさい。

- (1)  $\triangle ABC$  で、 $\angle A=90^\circ$  ならば  $\angle B+\angle C=90^\circ$  である。  
 (2)  $a=5$ ,  $b=3$  ならば  $a-b=2$  である。

**解き方** (1)  $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$  だから、 $\angle B+\angle C=90^\circ$  のとき  $\angle A=90^\circ$  である。

**答**  $\triangle ABC$  で、 $\angle B+\angle C=90^\circ$  ならば  $\angle A=90^\circ$  である。 ○

- (2) たとえば、 $a=4$ ,  $b=2$  のとき、 $a-b=2$  である。

**答**  $a-b=2$  ならば  $a=5$ ,  $b=3$  である。 × 反例…〈例〉 $a=4$ ,  $b=2$

**確認問題3** 次のことがらの逆を答えなさい。また、それが正しい場合は○を書き、正しくない場合は×を書いて反例をあげなさい。

- (1)  $n$  が6の倍数ならば、 $n$  は3の倍数である。  
 □(2)  $\triangle ABC$  で、 $\angle B=\angle C$  ならば  $AB=AC$  である。

### 学習4 正三角形

- ▶ 定義 3つの辺が等しい三角形を正三角形という。

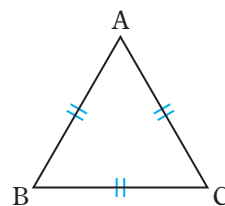
**例題4** 右の図の $\triangle ABC$  で、 $AB=BC=CA$  のとき、 $\angle A=\angle B=\angle C$  であることを証明しなさい。

**解き方** 正三角形は、二等辺三角形の性質をもっていることを利用する。

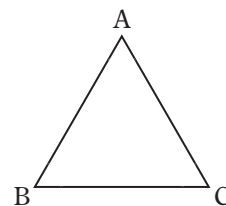
**答** 仮定から、 $AB=AC$  より、 $\angle B=\angle C$  ……①

同様に、 $BA=BC$  より、 $\angle A=\angle C$  ……②

①, ②から、 $\angle A=\angle B=\angle C$



**確認問題4** 右の図の $\triangle ABC$  で、 $\angle A=\angle B=\angle C$  のとき、 $AB=BC=CA$  であることを証明しなさい。

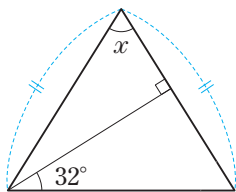


## 練習問題

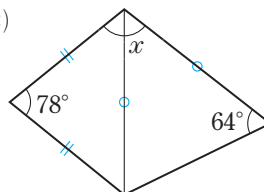
1 〔二等辺三角形の性質①〕 次の図で、同じ印をつけた辺は等しいとして、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。

◀ 例題 1

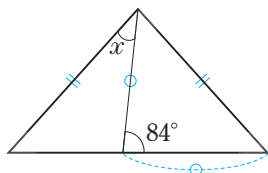
□(1)



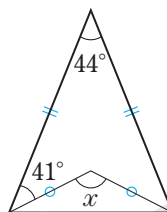
□(2)



□(3)



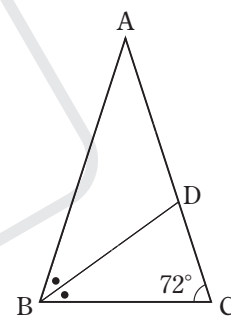
□(4)



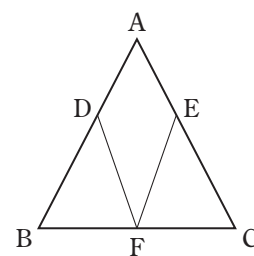
2 〔二等辺三角形の性質②〕 右の図は  $AB=AC$  の二等辺三角形  $ABC$  で、 $\angle B$  の二等分線と辺  $AC$  との交点を  $D$  とする。 $\angle C=72^\circ$  のとき、次の問いに答えなさい。 ▶ 例題 1

□(1)  $\angle A$  の大きさを求めなさい。

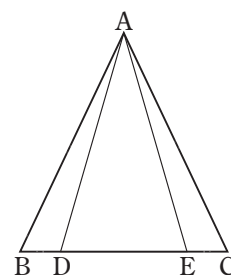
□(2)  $BC=7\text{ cm}$  のとき、 $AD$  の長さを求めなさい。



3 〔二等辺三角形の性質③〕 右の図は、 $AB=AC$  の二等辺三角形  $ABC$  である。辺  $AB$ ,  $AC$  上に  $DB=EC$  となる点  $D, E$  をそれぞれとり、辺  $BC$  の中点を  $F$  とする。このとき、 $\triangle DBF \cong \triangle ECF$  であることを証明しなさい。 ▶ 例題 1

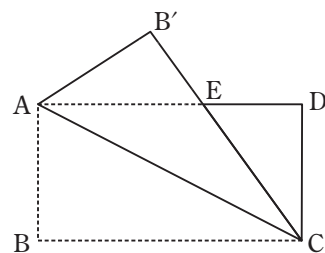


4 〔二等辺三角形の性質④〕 右の図で、 $\triangle ABC$  は  $AB=AC$  の二等辺三角形、点  $D, E$  は辺  $BC$  上の点で、 $BD=CE$  である。このとき、 $AD=AE$  であることを証明しなさい。 ▶ 例題 1



- 5 【二等辺三角形になるための条件①】 右の図は、長方形 ABCD を、対角線 AC を折り目として折り返したものである。頂点 B が移った点を B' とし、B'C と AD との交点を E とする。

➡ 例題 2

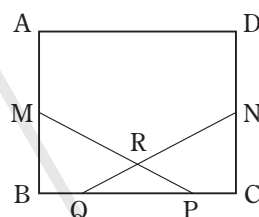


□(1)  $\angle AEB' = 54^\circ$  のとき、 $\angle ACB$  の大きさを求めなさい。

□(2)  $\triangle EAC$  が二等辺三角形であることを証明しなさい。

- 6 【二等辺三角形になるための条件②】 右の図の四角形 ABCD は長方形で、点 M, N はそれぞれ辺 AB, DC の中点である。辺 BC 上に点 P, Q を線分 MP, NQ が交わるようにとり、その交点を R とする。BP = CQ のとき、 $\triangle RQP$  は二等辺三角形であることを証明しなさい。

➡ 例題 2



- 7 【ことがらの逆】 次のことがらの逆を答えなさい。また、それが正しい場合は○を書き、正しくない場合は×を書いて反例をあげなさい。

➡ 例題 3

□(1)  $a$  も  $b$  も正の数 ならば  $ab$  は正の数である。

□(2) 四角形 ABCD で、 $\angle A + \angle C = 180^\circ$  ならば  $\angle B + \angle D = 180^\circ$  である。

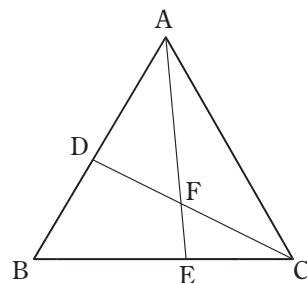
- 8 【正三角形】 右の図の正三角形 ABC で、辺 AB, BC 上にそれぞれ点 D, E をとる。BD = CE であるとき、次の問いに答えなさい。

➡ 例題 4

□(1)  $\triangle AEC$  と合同な三角形を答えなさい。また、根拠となる合同条件を答えなさい。

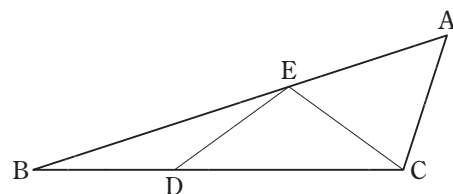
□(2)  $\angle EAC = a^\circ$  とするとき、 $\angle AEB$  の大きさを  $a$  の式で表しなさい。

□(3)  $\angle AFD$  の大きさを求めなさい。

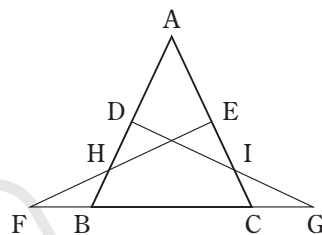


## ■ 応用問題 ■

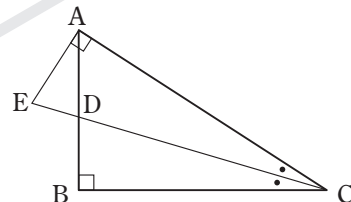
- 1 右の図の $\triangle ABC$ で、 $D$ は辺 $BC$ 上の点、 $E$ は辺 $AB$ 上の点で、  
 $\square BD=DE=EC=CA$ である。 $\angle BCA=108^\circ$ のとき、 $\angle BAC$ の大きさを求めなさい。



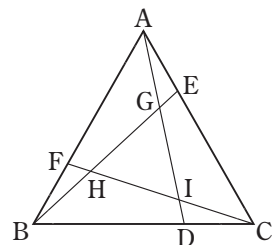
- 2 右の図の $\triangle ABC$ で、 $AB=AC$ 、点 $D$ 、 $E$ はそれぞれ辺 $AB$ 、 $AC$ の中点である。  
 $\square$ 点 $F$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $G$ は一直線上にあり、 $FB=GC$ で、点 $H$ 、 $I$ はそれぞれ辺 $AB$ と線分 $EF$ 、辺 $AC$ と線分 $DG$ との交点である。このとき、 $\angle BHF=\angle CIG$ であることを証明しなさい。



- 3 右の図の $\triangle ABC$ は $\angle B=90^\circ$ の直角三角形で、点 $D$ は $\angle C$ の二等分線と辺 $AB$ との交点、点 $E$ は点 $A$ を通り辺 $AC$ に垂直な直線と直線 $CD$ との交点である。このとき、 $AD=AE$ であることを証明しなさい。



- 4 右の図の正三角形 $ABC$ で、点 $D$ 、 $E$ 、 $F$ はそれぞれ辺 $BC$ 、 $CA$ 、 $AB$ 上の点で、 $CD=AE=BF$ である。また、点 $G$ 、 $H$ 、 $I$ はそれぞれ $AD$ と $BE$ 、 $BE$ と $CF$ 、 $CF$ と $AD$ の交点である。このとき、次の問いに答えなさい。  
 $\square$ (1)  $\triangle ACD \cong \triangle BAE$ であることを証明しなさい。



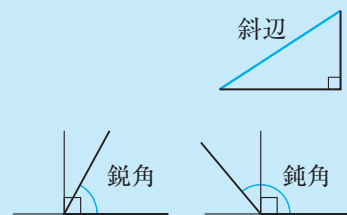
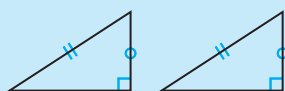
- $\square$ (2)  $\triangle GHI$ はどんな三角形ですか。

## 三角形②

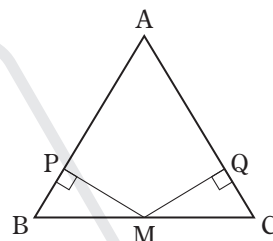
## 学習1 直角三角形の合同(1)

▶ 2つの直角三角形は、次のどちらかが成り立つとき合同である。

- ① 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。      ② 斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。



**例題1** 右の図の $\triangle ABC$ は、 $AB=AC$ の二等辺三角形で、点 $M$ は辺 $BC$ の中点である。点 $M$ から辺 $AB$ 、 $AC$ に垂線をひき、辺 $AB$ 、 $AC$ との交点をそれぞれ $P$ 、 $Q$ するとき、 $\triangle PBM \equiv \triangle QCM$ であることを証明しなさい。



**解き方** 斜辺が等しいことに着目する。

**答**  $\triangle PBM$ と $\triangle QCM$ で、

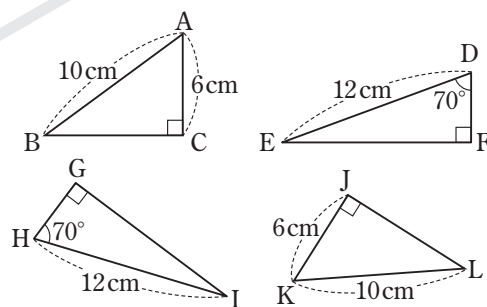
仮定から、 $BM=CM$  ……①  $\angle BPM = \angle CQM = 90^\circ$  ……②

$AB=AC$ から、 $\angle B = \angle C$  ……③

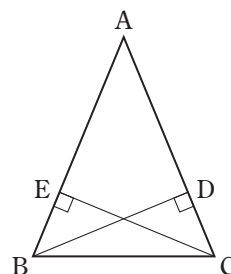
①、②、③より、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから、 $\triangle PBM \equiv \triangle QCM$

**確認問題1** 次の問いに答えなさい。

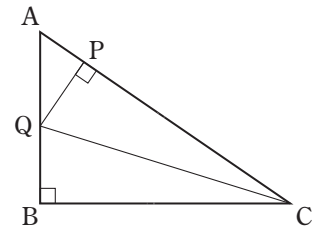
- (1) 右の図で、合同な三角形の組を見つけ、記号 $\equiv$ を使って表し、根拠となる合同条件を書きなさい。



- (2) 右の図の $\triangle ABC$ は、 $AB=AC$ の二等辺三角形である。点 $B$ 、 $C$ から辺 $AC$ 、 $AB$ に垂線をひき、辺 $AC$ 、 $AB$ との交点をそれぞれ $D$ 、 $E$ とすると、 $BD=CE$ であることを証明しなさい。

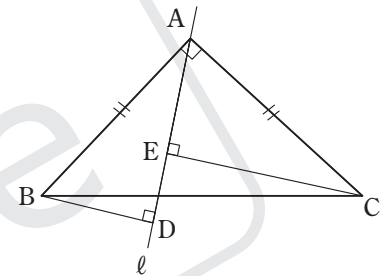


- (3) 右の図の $\triangle ABC$  は、 $\angle B=90^\circ$  の直角三角形である。辺  $AC$  上に点  $P$  を、 $BC=PC$  となるようにとり、点  $P$  を通り、辺  $AC$  に垂直な直線と辺  $AB$  との交点を  $Q$  とする。このとき、 $\angle BCQ=\angle PCQ$  であることを証明しなさい。



## 学習2 直角三角形の合同(2)

**例題2** 右の図で、 $\triangle ABC$  は  $\angle A=90^\circ$ 、 $AB=AC$  の直角二等辺三角形で、点  $A$  を通る直線  $\ell$  に、点  $B$ 、 $C$  からそれぞれ垂線  $BD$ 、 $CE$  をひく。 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$  であることを証明しなさい。



**解き方**  $\angle BAD = \angle ACE$  (または  $\angle ABD = \angle CAE$ ) の説明のしかたを考える。

**答**  $\triangle ABD$  と  $\triangle CAE$  で、

仮定から、 $AB=CA$  ……①  $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$  ……②

$\angle BAC = 90^\circ$  だから、 $\angle BAD + \angle EAC = 90^\circ$

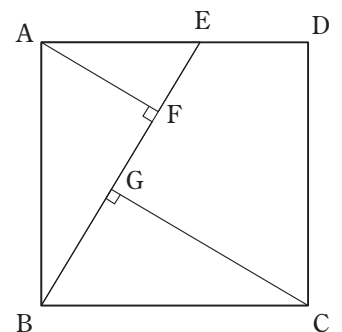
$\triangle AEC$  で、 $\angle ACE + \angle EAC = 90^\circ$

したがって、 $\angle BAD = \angle ACE$  ……③

①、②、③より、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから、

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$

- 確認問題2** 右の図は、正方形  $ABCD$  で、辺  $AD$  上に点  $E$  をとる。点  $A$ 、 $C$  からそれぞれ線分  $BE$  に垂線  $AF$ 、 $CG$  をひく。 $\triangle ABF \equiv \triangle BCG$  であることを証明しなさい。

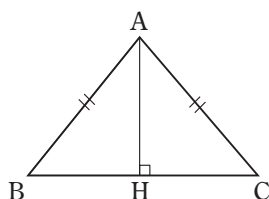


## 練習問題

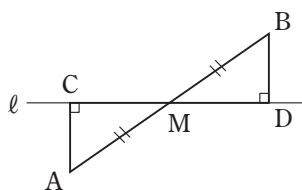
1 [直角三角形の合同(1)①] 次の図で、合同な三角形を記号 $\equiv$ を使って表し、根拠となる合同条件を書きなさい。

◀ 例題1

□(1) ( $AB=AC$ ,  $AH \perp BC$ )

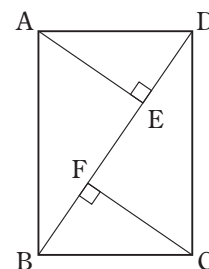


□(2) (M は線分 AB の中点)



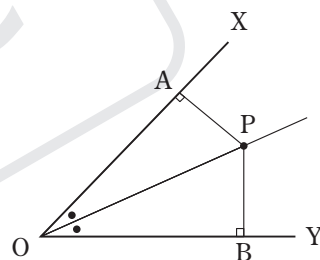
2 [直角三角形の合同(1)②] 右の図の四角形 ABCD は長方形である。点 A, C から対角線 BD にそれぞれ垂線 AE, CF をひく。このとき、 $\triangle ADE \equiv \triangle CBF$  であることを証明しなさい。

◀ 例題1



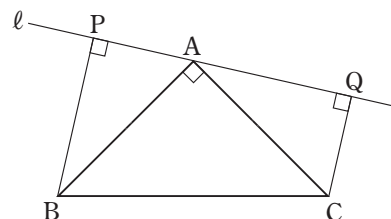
3 [直角三角形の合同(1)③] 右の図のように、 $\angle XOY$  の二等分線上に点 P をとり、P から辺 OX, OY にそれぞれ垂線 PA, PB をひく。AP=BP であることを証明しなさい。

◀ 例題1



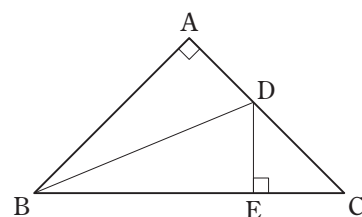
4 [直角三角形の合同(2)①] 右の図のような  $\angle A=90^\circ$  の直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線  $\ell$  に、点 B, C からそれぞれ垂線 BP, CQ をひく。このとき、 $\triangle ABP \equiv \triangle CAQ$  であることを証明しなさい。

◀ 例題2



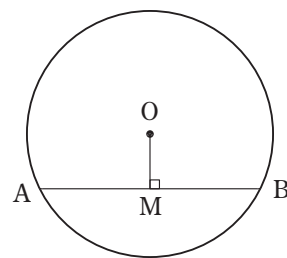
5 [直角三角形の合同(2)②] 右の図の  $\triangle ABC$  は、 $\angle A=90^\circ$  の直角二等辺三角形である。 $\angle ABC$  の二等分線が辺 AC と交わる点を D とし、点 D から辺 BC に垂線 DE をひく。図の中で、長さの等しい線分をすべて答えなさい。

◀ 例題2

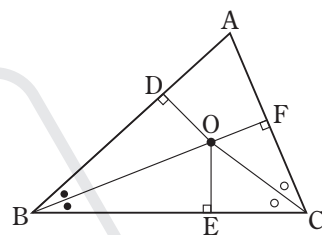


## ■ 応用問題 ■

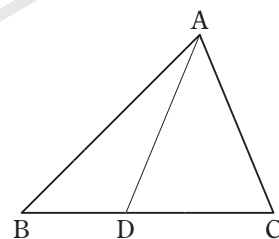
- 1 右の図のように、円  $O$  の中心から弦  $AB$  に垂線  $OM$  をひく。このとき、点  $M$  は  
 □弦  $AB$  の中点であることを証明しなさい。



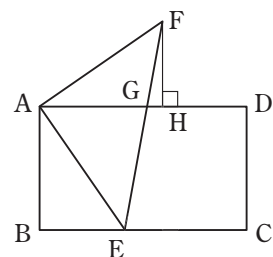
- 2 右の図の  $\triangle ABC$  で、 $\angle B$  と  $\angle C$  の二等分線の交点を  $O$  とする。 $O$  から辺  $AB$ ,  
 □ $BC$ ,  $CA$  にそれぞれ垂線  $OD$ ,  $OE$ ,  $OF$  をひく。 $OD=OE=OF$  であることを証明しなさい。



- 難 3 右の図で、 $D$  は  $\triangle ABC$  の辺  $BC$  上の点で、 $\angle CAD=2\angle BAD$ ,  $AD=AC$  である。  
 □ $AB=15\text{cm}$ ,  $CD=8\text{cm}$  のとき、 $\triangle ABD$  の面積を求めなさい。



- 4 右の図で、四角形  $ABCD$  は長方形、 $\triangle AEF$  は  $\angle A=90^\circ$  の直角二等辺三角形であり、点  $G$  は辺  $AD$  と  $EF$  との交点である。点  $F$  から辺  $AD$  に垂線  $FH$  をひくとき、次の問いに答えなさい。



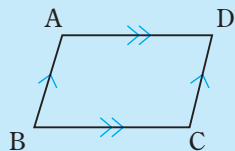
- (1)  $\triangle ABE \equiv \triangle AHF$  であることを証明しなさい。

- 難 □(2)  $AB=6\text{cm}$ ,  $BE=4\text{cm}$  のとき、線分  $GH$  の長さを求めなさい。

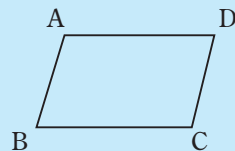
## 四角形①

## 学習1 平行四辺形の性質

▶定義 2組の対辺がそれぞれ平行な四角形を平行四辺形という。



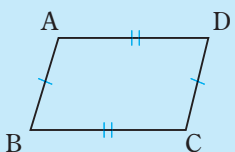
$AB \parallel DC$ ,  $AD \parallel BC$   
(記号 $\square$ を使って $\square ABCD$ と書く。)



対辺… $AD$ と $BC$ ,  
 $AB$ と $DC$   
対角… $\angle A$ と $\angle C$ ,  
 $\angle B$ と $\angle D$

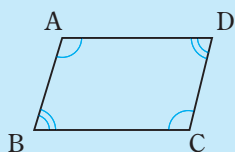
## ▶平行四辺形の性質

① 2組の対辺はそれぞれ等しい。



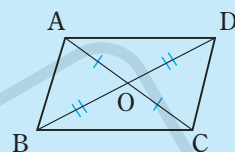
$AB = DC$   
 $AD = BC$

② 2組の対角はそれぞれ等しい。



$\angle A = \angle C$   
 $\angle B = \angle D$

③ 対角線はそれぞれの中点で交わる。



$AO = CO$   
 $BO = DO$

**例題1** 右の図の $\square ABCD$ で,  $AB = DC$ ,  $AD = BC$ であることを証明しなさい。

**解き方**  $AB \parallel DC$ ,  $AD \parallel BC$ を仮定として利用できる。

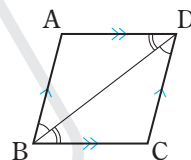
**答**  $\triangle ABD$ と $\triangle CDB$ で, 平行線の錯角は等しいので,

$AB \parallel DC$ から,  $\angle ABD = \angle CDB$  ……①  $AD \parallel BC$ から,  $\angle ADB = \angle CBD$  ……②

共通な辺だから,  $BD = DB$  ……③

①, ②, ③より, 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから,  $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$

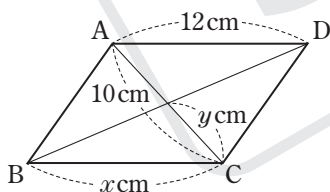
したがって,  $AB = DC$ ,  $AD = BC$



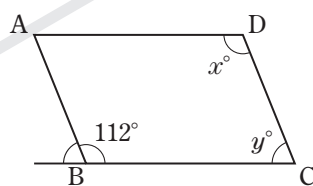
## 確認問題1 次の問いに答えなさい。

(1) 次の図の $\square ABCD$ で,  $x$ ,  $y$ の値をそれぞれ求めなさい。

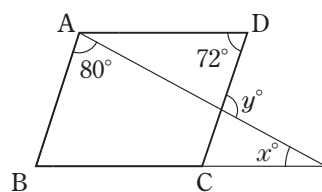
□①



□②



□③

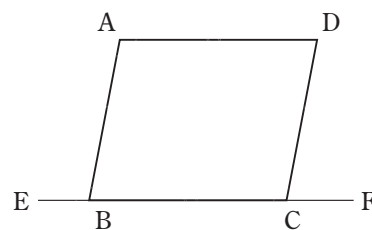


□(2) 「平行四辺形の2組の対角はそれぞれ等しい」ことを, 右の図を使って次のように証明した。 $\square$ をうめて証明を完成させなさい。

【証明】 平行線の錯角, 同位角は等しいので,

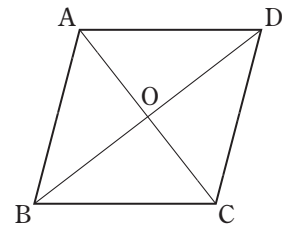
$AD \parallel BC$ から,  $\angle A = \angle ABE$   $AB \parallel DC$ から,  $\angle ABE = \angle DCB$

したがって,  $\angle A = \angle DCB$  ……①



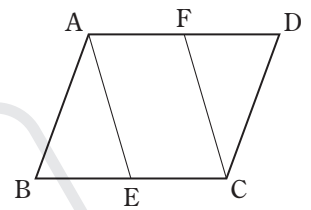
①, ②から, 平行四辺形の2組の対角はそれぞれ等しい。

- (3) 右の図の□ABCDで、対角線の交点をOとする。△ABOと△CDOに着目して、 $AO=CO$ 、 $BO=DO$ であることを証明しなさい。



## 学習2 平行四辺形の性質を利用した証明

**例題2** 右の図の□ABCDで、点E、Fはそれぞれ辺BC、AD上にあり、 $BE=DF$ である。このとき、 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ であることを証明しなさい。



**解き方** 平行四辺形の性質を利用して、等しい辺や角を見つける。

**答** △ABEと△CDFで、

仮定から、 $BE=DF$  ……①

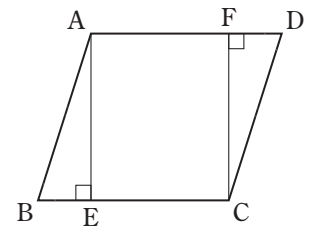
平行四辺形の対辺は等しいから、 $AB=CD$  ……②

平行四辺形の対角は等しいから、 $\angle ABE=\angle CDF$  ……③

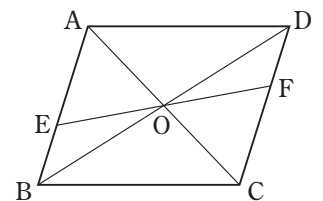
①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

**確認問題2** 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図の□ABCDで、点A、Cから、それぞれ辺BC、DAに垂線AE、CFをひく。このとき、 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ であることを証明しなさい。



- (2) 右の図の□ABCDで、対角線の交点Oを通る直線と辺AB、CDとの交点をそれぞれE、Fとする。このとき、 $\triangle OBE \equiv \triangle ODF$ であることを証明しなさい。



## 練習問題

1 [平行四辺形の性質①] 「平行四辺形の2組の対角はそれぞれ等しい。」という定理を次のように証明した。

□[ ]をうめて証明を完成させなさい。

➡ 例題1

【証明】 □ABCD において、対角線 AC をひく。

平行線の[ ]は等しいので、

AB // DC から、 $\angle BAC = \angle [ ]$  ……①

AD // [ ] から、 $\angle [ ] = \angle BCA$  ……②

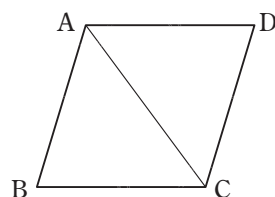
ここで、 $\angle BAD = \angle BAC + \angle [ ]$ ,

$\angle BCD = \angle [ ] + \angle DCA$  だから、

①, ②から、 $\angle BAD = \angle [ ]$ , つまり、 $\angle A = \angle C$  ……③

△ABC と △CDA で、①, ②より、残りの角も等しいので、 $\angle B = \angle [ ]$  ……④

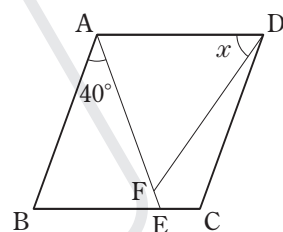
③, ④より、平行四辺形の2組の対角はそれぞれ等しい。



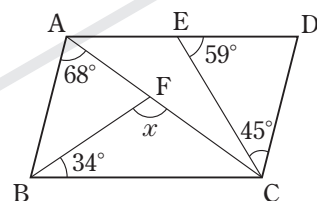
2 [平行四辺形の性質②] 次の問いに答えなさい。

➡ 例題1

□(1) 右の図の□ABCD で、AB=AE, AF=AD のとき、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。

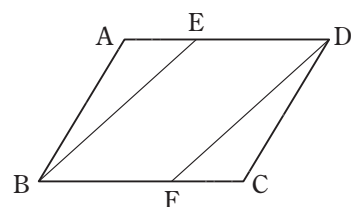


□(2) 右の図の□ABCD で、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。



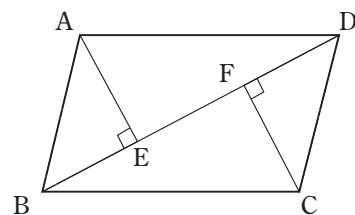
3 [平行四辺形の性質を利用した証明①] 右の図の□ABCD で、点 E, F はそれぞれ辺 AD, BC 上にある。AE=CF のとき、△ABE ≡ △CDF であることを証明しなさい。

➡ 例題2



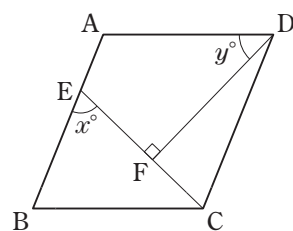
4 [平行四辺形の性質を利用した証明②] 右の図のように、□ABCD の対角線 BD に、A, C からそれぞれ垂線 AE, CF をひく。このとき、AE=CF となることを証明しなさい。

➡ 例題2

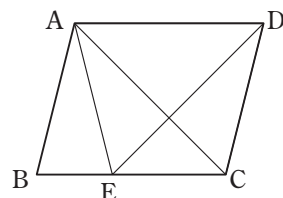


## ■ 応用問題 ■

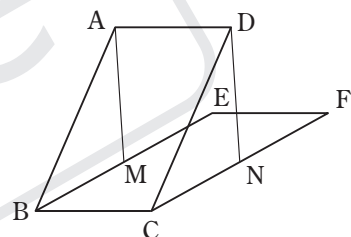
- 1 右の図の□ABCDで、 $CB=CE$ 、 $DF \perp EC$ である。 $\angle CEB = x^\circ$ 、 $\angle ADF = y^\circ$ と  
□するとき、 $y$ を $x$ の式で表しなさい。



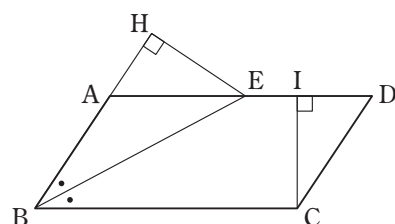
- 難2 右の図の□ABCDで、点Eは辺BC上の点で、 $AB=AE$ である。このとき、  
□ $\triangle AED \equiv \triangle DCA$ であることを証明しなさい。



- 3 右の図の四角形ABCD、EBCFはともに平行四边形であり、点M、Nはそれぞれ辺EB、FCの中点である。このとき、 $\triangle ABM \equiv \triangle DCN$ であることを証明しなさい。



- 4  $\angle B < 90^\circ$ である平行四边形ABCDで、 $\angle B$ の二等分線と辺ADとの交点をEとし、点Eから直線BAに垂線EHをひく。また、点Cから辺ADに垂線CIをひく。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1)  $\triangle ABE$ は二等辺三角形であることを証明しなさい。

- (2)  $\triangle AEH \equiv \triangle DCI$ であることを証明しなさい。

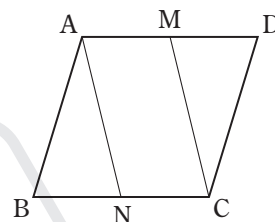
## 四角形 ②

## 学習 1 平行四辺形になるための条件

▶定理 四角形は、次のどれかが成り立つとき平行四辺形である。

- ① 2組の対辺がそれぞれ平行である。……定義  
 ② 2組の対辺がそれぞれ等しい。  
 ③ 2組の対角がそれぞれ等しい。  
 ④ 対角線がそれぞれの中点で交わる。  
 ⑤ 1組の対辺が平行で長さが等しい。

**例題 1** 右の図の□ABCDで、点M、Nはそれぞれ辺AD、BCの中点である。このとき、四角形ANCMは平行四辺形であることを証明しなさい。



**解き方**  $AM \parallel NC$ ,  $AM = NC$  を導き、上の⑤を用いる。

**答** 平行四辺形の対辺は等しいから、 $AD = BC$  ……①

仮定から、 $AM = \frac{1}{2}AD$  ……②  $NC = \frac{1}{2}BC$  ……③

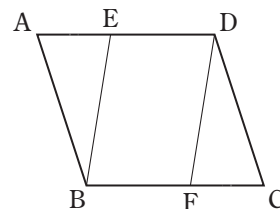
①, ②, ③から、 $AM = NC$  ……④

$AD \parallel BC$  から、 $AM \parallel NC$  ……⑤

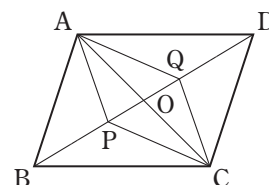
④, ⑤より、1組の対辺が平行で長さが等しいから、四角形ANCMは平行四辺形である。

**確認問題 1** 次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図の□ABCDで、点E、Fはそれぞれ辺AD、BC上の点で、 $AE = CF$ である。このとき、四角形EBFDは平行四辺形であることを証明しなさい。

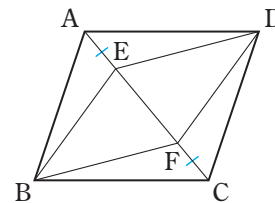


□(2) 右の図の□ABCDで、点Oは対角線の交点、点P、Qはそれぞれ線分OB、OD上の点である。 $BP = DQ$ のとき、四角形APCQは平行四辺形であることを証明しなさい。



## 学習2 合同を利用する証明

**例題2** 右の図の□ABCDで、対角線AC上に、 $AE=CF$ となるように点E、Fをとるとき、四角形EBFDは平行四辺形であることを証明しなさい。



**解き方** 三角形の合同を利用して、等しい辺や角の関係を導く。

**答** △ABEと△CDFで、

平行四辺形の対辺は等しいから、 $AB=CD$  ……①

仮定から、 $AE=CF$  ……②

平行線の錯角は等しいので、

$AB \parallel DC$  から、 $\angle BAE = \angle DCF$  ……③

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

したがって、 $BE=DF$  ……④

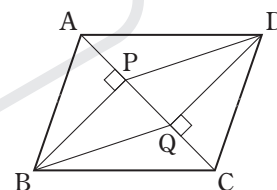
また、 $\angle BEA = \angle DFC$  から、 $\angle BEF = \angle DFE$

錯角が等しいから、 $BE \parallel FD$  ……⑤

④、⑤より、1組の対辺が平行で長さが等しいから、四角形EBFDは平行四辺形である。

**確認問題2** 次の問いに答えなさい。

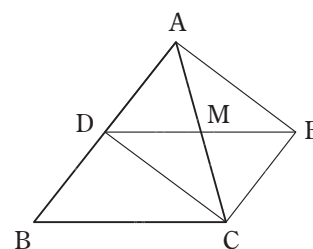
□(1) 右の図の□ABCDで、点B、Dから対角線ACにそれぞれ垂線BP、DQをひくとき、四角形PBQDは平行四辺形であることを証明しなさい。



(2) 右の図のように、△ABCの辺ACの中点をMとする。Mを通り辺BCと平行な直線と辺ABとの交点をD、点Cを通り辺ABと平行な直線とDMの延長との交点をEとする。このとき、次の問いに答えなさい。

□① 四角形DBCEが平行四辺形であることを証明しなさい。

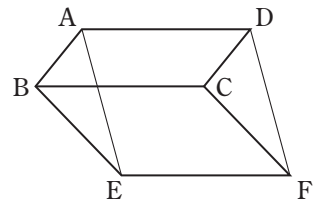
□② 四角形ADCEが平行四辺形であることを証明しなさい。



## 練習問題

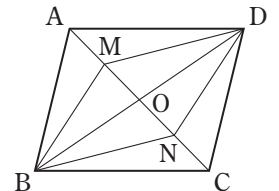
- 1 [平行四辺形になるための条件①] 右の図で、四角形  $ABCD$ ,  $BEFC$  が平行四辺形であるとき、四角形  $AEFD$  は平行四辺形であることを証明しなさい。

◀ 例題 1



- 2 [平行四辺形になるための条件②] 右の図の  $\square ABCD$  で、点  $O$  は対角線の交点、点  $M$ ,  $N$  はそれぞれ線分  $OA$ ,  $OC$  の中点である。このとき、四角形  $MBND$  は平行四辺形であることを証明しなさい。

◀ 例題 1



- 3 [平行四辺形になるための条件③] 次のア～エのうちで、四角形  $ABCD$  がつねに平行四辺形になるものをすべて選び、記号で答えなさい。ただし、 $O$  は対角線の交点とする。

◀ 例題 1

ア  $AB \parallel DC$ ,  $AB = DC$

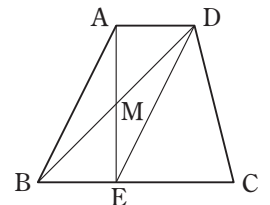
イ  $AD \parallel BC$ ,  $AB = DC$

ウ  $\angle A = \angle C$ ,  $\angle B = \angle D$

エ  $OA = OB$ ,  $OC = OD$

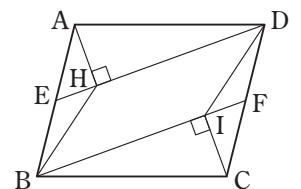
- 4 [合同を利用する証明①] 右の図は、 $AD \parallel BC$  の台形  $ABCD$  で、点  $M$  は対角線  $BD$  の中点、点  $E$  は直線  $AM$  と辺  $BC$  との交点である。このとき、四角形  $ABED$  は平行四辺形であることを証明しなさい。

◀ 例題 2



- 5 [合同を利用する証明②] 右の図で、四角形  $ABCD$ ,  $EBFD$  は平行四辺形である。点  $A$ ,  $C$  から辺  $ED$ ,  $FB$  にそれぞれ垂線  $AH$ ,  $CI$  をひくとき、四角形  $HBID$  は平行四辺形であることを証明しなさい。

◀ 例題 2



## ■ 応用問題 ■

1 次のア～オのうち、四角形 ABCD がつねに平行四辺形になるものをすべて選び、記号で答えなさい。ただし、  
□ O は対角線の交点とする。

ア  $\angle ABD = \angle BDC$ ,  $AB = DC$

イ  $\angle A + \angle B = \angle B + \angle C = 180^\circ$

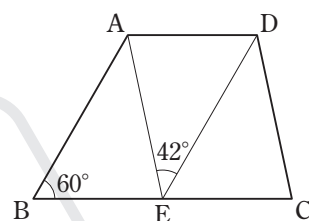
ウ  $AC = BD$ ,  $AC \perp BD$

エ  $OA = OC$ ,  $AD \parallel BC$

オ  $\angle ABD = \angle CBD$ ,  $\angle ADB = \angle CDB$

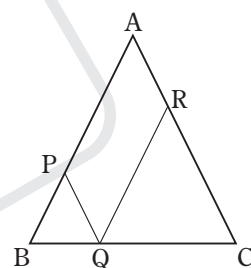
2 右の図の四角形 ABCD は、 $AD \parallel BC$  の台形で、E は辺 BC の中点である。

□  $AB \parallel DE$ ,  $\angle B = 60^\circ$ ,  $\angle AED = 42^\circ$  のとき、 $\angle DCE$  の大きさを求めなさい。



3 右の図の  $\triangle ABC$  は  $AB = AC$  の二等辺三角形で、点 P, Q, R はそれぞれ辺 AB, BC, AC 上にあり、 $AR = BP$ ,  $AC \parallel PQ$  である。このとき、次の問いに答えなさい。

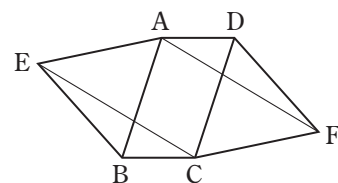
□(1) 四角形 APQR は平行四辺形であることを証明しなさい。



□(2)  $PB = 4$  cm,  $RC = 8$  cm のとき、四角形 APQR の周りの長さを求めなさい。

難 4 右の図で、四角形 ABCD は平行四辺形、 $\triangle ABE$ ,  $\triangle CDF$  は正三角形である。

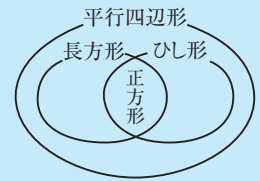
□ このとき、四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。



## 四角形③, 三角形と四角形の利用

## 学習1 特別な平行四辺形

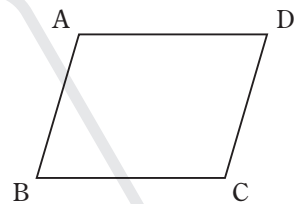
| 名 称 | 定 義            | 対角線の性質(定理)     |
|-----|----------------|----------------|
| ひし形 | 4つの辺が等しい四角形    | 垂直に交わる         |
| 長方形 | 4つの角が等しい四角形    | 長さが等しい         |
| 正方形 | 4つの辺, 角が等しい四角形 | 垂直に交わり, 長さが等しい |



▶ ひし形, 長方形, 正方形は特別な平行四辺形であり, 平行四辺形としての性質をすべてもっている。

**例題1** 右の図は□ABCDである。次の条件を加えると, それぞれどんな図形になりますか。

- (1)  $AB=AD$       (2)  $\angle A=\angle B$       (3)  $AB=AD, \angle A=\angle B$



**解き方** 平行四辺形の性質に, (1)~(3)の条件を加えるとどうなるか考える。

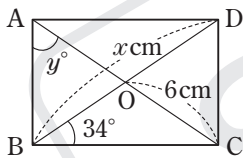
- (1) 4つの辺が等しくなる。→ひし形  
 (2) 4つの角が等しくなる。→長方形  
 (3) 4つの辺, 角が等しくなる。→正方形

**答** (1) ひし形      (2) 長方形      (3) 正方形

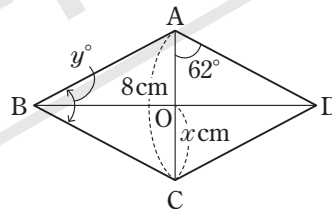
**確認問題1** 次の問いに答えなさい。

- (1) 次の①, ②の四角形ABCDはそれぞれ, 長方形, ひし形である。 $x, y$ の値をそれぞれ求めなさい。

□①

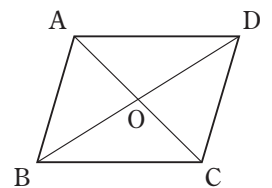


□②

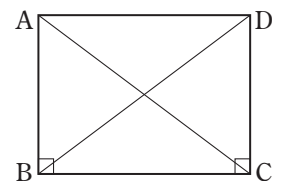


- (2) 右の図は□ABCDである。次の条件を加えると, それぞれどんな図形になりますか。

- ①  $AC=BD$       □②  $AC \perp BD$       □③  $AC=BD, AC \perp BD$



- (3) 右の図は, 長方形ABCDである。 $AC=DB$ であることを証明しなさい。

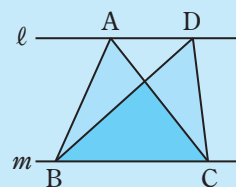


## 学習2 平行線と面積(1)

▶ 底辺が共通で、底辺に平行な直線上に頂点をもつ2つの三角形の面積は等しい。

右の図で、 $\ell \parallel m$  のとき、 $\triangle ABC = \triangle DBC$  である。

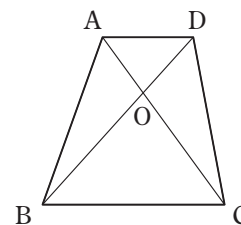
( $\triangle ABC$  と  $\triangle DBC$  の面積が等しいことを、 $\triangle ABC = \triangle DBC$  と表す。)



**例題2** 右の図は、 $AD \parallel BC$  の台形で、 $BC = 2AD$  である。次の問いに答えなさい。

- (1)  $\triangle ABC$  の面積は、 $\triangle ADC$  の面積の何倍ですか。
- (2) 次の三角形と面積の等しい三角形を答えなさい。

- ①  $\triangle ABC$
- ②  $\triangle AOB$



**解き方** (1) 底辺が2倍で高さが等しい。

**答** 2倍

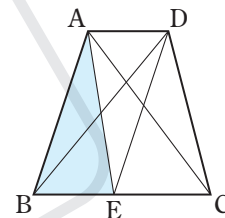
(2) ①  $\triangle ABC$  と  $\triangle DBC$  は底辺、高さが等しい。

**答**  $\triangle DBC$

②  $\triangle AOB + \triangle OBC = \triangle DOC + \triangle OBC$  である。

**答**  $\triangle DOC$

**確認問題2** 右の図で、 $AD \parallel BC$ 、 $AB \parallel DE$  であるとき、図の中の三角形のうち、 $\triangle ABE$  と面積の等しい三角形をすべて答えなさい。

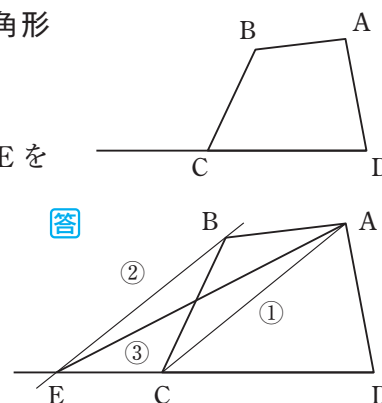


## 学習3 平行線と面積(2)

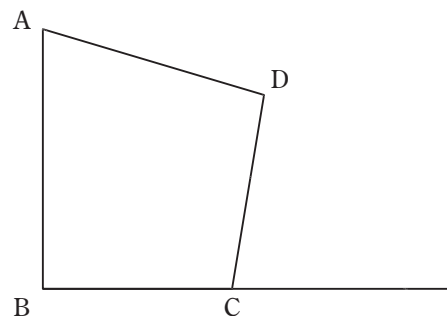
**例題3** 右の図で、辺 DC を延長した半直線上に点 E をとり、四角形 ABCD と面積の等しい  $\triangle AED$  をかきなさい。

**解き方** 半直線 DC 上に点 E をとるから、 $\triangle ABC = \triangle AEC$  となる点 E を考える。

- ① 対角線 AC をひく。
- ② 点 B を通り、AC に平行な直線と半直線との交点を E とする。
- ③ A と E を結ぶ。



**確認問題3** 右の図で、辺 BC の延長上に点 E をとり、四角形 ABCD と面積の等しい  $\triangle ABE$  をかきなさい。



## 練習問題

- 1 **【特別な平行四辺形①】** 平行四辺形，長方形，ひし形，正方形について，次の表のそれぞれの性質がいつも成り立つ場合は○を入れなさい。

➡ 例題1

| 性質<br>四角形 | 2組の対辺 |     | 隣り合う辺<br>が等しい | 2組の対角<br>が等しい | 隣り合う角<br>が等しい | 対角線             |     |        |
|-----------|-------|-----|---------------|---------------|---------------|-----------------|-----|--------|
|           | 平行    | 等しい |               |               |               | それぞれの<br>中点で交わる | 等しい | 垂直に交わる |
| 平行四辺形     |       |     |               |               |               |                 |     |        |
| 長方形       |       |     |               |               |               |                 |     |        |
| ひし形       |       |     |               |               |               |                 |     |        |
| 正方形       |       |     |               |               |               |                 |     |        |

- 2 **【特別な平行四辺形②】** □ABCD に次の条件を加えると，それぞれどんな四角形になりますか。ただし，O は対角線の交点とする。

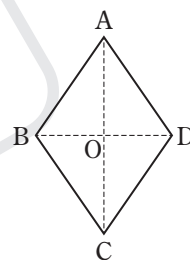
➡ 例題1

□(1)  $\angle OCD = \angle ODC$

□(2)  $\angle ABD = \angle ADB$

- 3 **【特別な平行四辺形③】** 右の図の□ABCD で， $BD \perp AC$  であるとして，「対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である。」ことを証明しなさい。

➡ 例題1



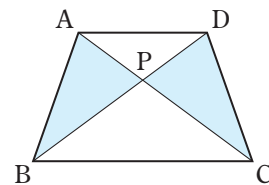
- 4 **【平行線と面積(1)】** 右の図で， $AD \parallel BC$  のとき， $\triangle ABP = \triangle DCP$  であることを次のように証明した。[ ] をうめて証明を完成させなさい。

➡ 例題2

【証明】  $AD \parallel BC$  より，  $\triangle ABC = \triangle$  [ ] ……①

$\triangle ABP = \triangle ABC - \triangle$  [ ] ……②

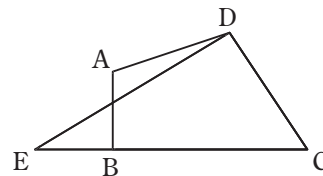
$\triangle DCP = \triangle$  [ ]  $- \triangle PBC$  ……③ ①，②，③から， $\triangle ABP = \triangle DCP$



- 5 **【平行線と面積(2)①】** 右の図のように，四角形 ABCD の辺 CB の延長上に，□四角形 ABCD と  $\triangle ECD$  の面積が等しくなるように点 E をとる方法を次のように説明した。[ ] をうめて説明を完成させなさい。

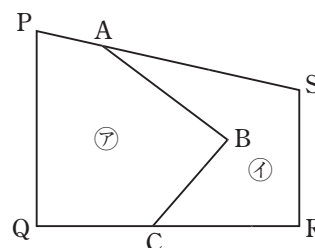
➡ 例題3

『対角線 BD をひき，頂点 [ ] を通り，対角線 BD に [ ] な直線を  $\ell$  として， $\ell$  と辺 CB の延長との交点を E とする。』



- 6 **【平行線と面積(2)②】** 右の図のように，四角形 PQRS の土地が，折れ線 ABC を境界線として，㊦，㊩の2つの部分に分かれている。2つの土地の面積は変えずに，境界線を点 A を通る直線 AD に改めたい。点 D は直線 QR 上にあるものとして，直線 AD を作図しなさい。

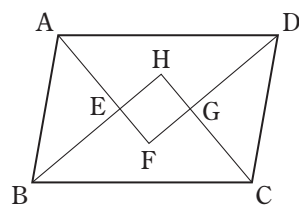
➡ 例題3



## ■ 応 用 問 題 ■

1 右の図で、点 E, F, G, H は  $\square ABCD$  の 4 つの角それぞれの二等分線の交点である。このとき、次の問いに答えなさい。

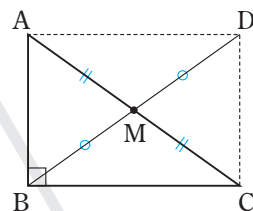
□(1) 四角形 EFGH はどんな四角形ですか。



□(2)  $\angle ABC = 90^\circ$  のとき、四角形 EFGH はどんな四角形ですか。

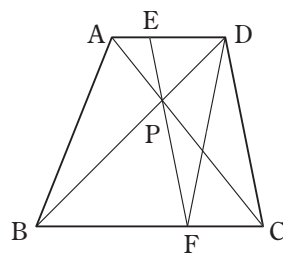
2 右の図で、 $\triangle ABC$  は  $\angle B = 90^\circ$  の直角三角形で、斜辺 AC の中点を M とする。また、線分 BM の延長線上に、 $BM = DM$  となる点 D をとる。このとき、次の問いに答えなさい。

□(1) 四角形 ABCD は長方形であることを証明しなさい。

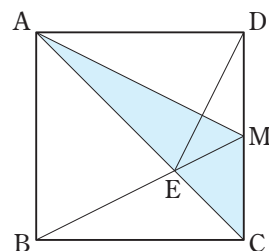


□(2) (1)の結果を利用して、 $AM = BM = CM$  であることを証明しなさい。

3 右の図で、四角形 ABCD は  $AD \parallel BC$  の台形、E, F はそれぞれ辺 AD, BC 上の点で、 $EF \parallel DC$  である。また、線分 AC, BD, EF は 1 点 P で交わっている。このとき、 $\triangle ABP = \triangle DEF$  であることを証明しなさい。



難 4 右の図で、四角形 ABCD は正方形、M は辺 CD の中点、E は対角線 AC と線分 BM との交点で、 $\triangle DEM$  の面積は  $4\text{cm}^2$  である。このとき、 $\triangle ACM$  の面積を求めなさい。



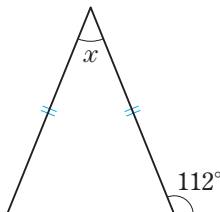
## 5 章のまとめ

### 1 二等辺三角形の性質①

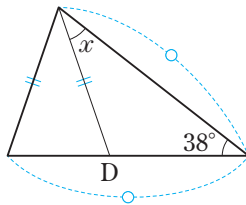
▶教科書 P.152～154

次の図で、同じ印をつけた線分の長さは等しいとして、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

□(1)



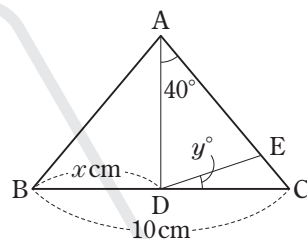
□(2)



### 2 二等辺三角形の性質②

▶教科書 P.155

- 右の図で、 $\triangle ABC$  は  $AB=AC$  の二等辺三角形、 $D$  は  $\angle BAC$  の二等分線と辺  $BC$  との交点、 $E$  は辺  $AC$  上の点で、 $AD=AE$  である。 $BC=10\text{cm}$ 、 $\angle DAE=40^\circ$  のとき、 $x$ 、 $y$  の値をそれぞれ求めなさい。



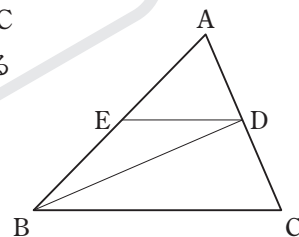
### 3 二等辺三角形になるための条件

▶教科書 P.156～158

- 右の図で、 $\triangle ABC$  の  $\angle ABC$  の二等分線と辺  $AC$  との交点を  $D$ 、点  $D$  を通って辺  $BC$  に平行な直線と辺  $AB$  との交点を  $E$  とする。このとき、 $\triangle EBD$  が二等辺三角形であることを次のように証明した。[ ]をうめて証明を完成させなさい。

【証明】 仮定から、 $\angle EBD = \angle$  [ ] ……①  
 平行線の [ ] は等しいので、 $ED \parallel BC$  から、  
 $\angle CBD = \angle EDB$  ……②

①、②から、 $\angle EBD = \angle$  [ ]  
 [ ] が等しいから、 $\triangle EBD$  は二等辺三角形である。



### 4 ことがらの逆

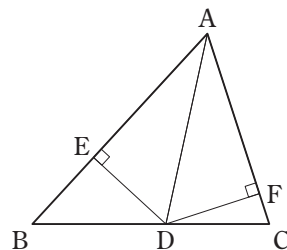
▶教科書 P.159～160

- 「正方形の4つの辺はすべて等しい。」ということがらの逆を答え、それが正しいかどうかとも答えなさい。

### 5 直角三角形の合同

▶教科書 P.162～164

- 右の図で、 $D$  は  $\triangle ABC$  の  $\angle BAC$  の二等分線と辺  $BC$  との交点、 $E$ 、 $F$  はそれぞれ辺  $AB$ 、 $AC$  上の点で、 $AB \perp DE$ 、 $AC \perp DF$  である。このとき、 $\triangle ADE \cong \triangle ADF$  であることを証明しなさい。



## 6 平行四辺形の性質

▶教科書 P.166~169

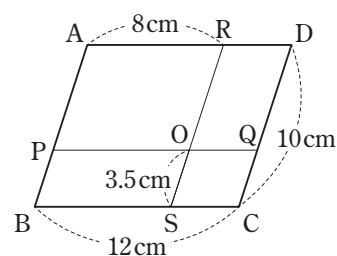
次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図の□ABCDで、 $AD \parallel PQ$ ,  $AB \parallel RS$ , Oは線分PQとRSとの交点である。

このとき、次の線分の長さを求めなさい。

□① 線分OQ

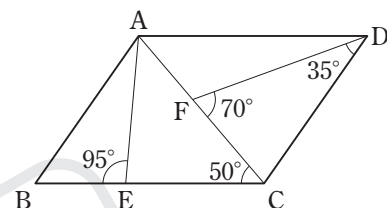
□② 線分AP



- (2) 右の図の□ABCDで、次の角の大きさを求めなさい。

□①  $\angle ADF$

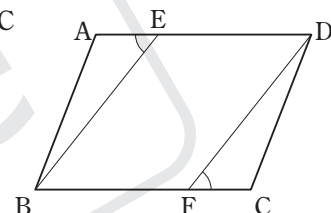
□②  $\angle BAE$



## 7 平行四辺形になるための条件

▶教科書 P.170~173

- 右の図の□ABCDで、点E, Fはそれぞれ辺AD, BC上にあり、 $\angle AEB = \angle DFC$ である。このとき、四角形EBFDは平行四辺形であることを証明しなさい。



## 8 特別な平行四辺形

▶教科書 P.174~176

次のことがらについて、正しければ○, 正しくなければ×を書きなさい。

□(1) 正方形はひし形である。

□(2) 長方形は正方形である。

□(3) 対角線が等しい平行四辺形は長方形である。

□(4) 対角線が垂直に交わる四角形はひし形である。

## 9 平行線と面積

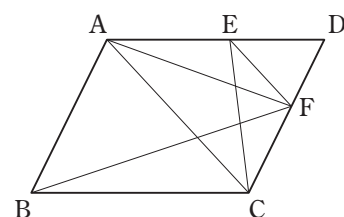
▶教科書 P.178~179

右の図の□ABCDで、E, Fはそれぞれ辺AD, CD上の点で、 $AC \parallel EF$ である。

図の中の三角形のうち、次の三角形と面積の等しい三角形をそれぞれすべて答えなさい。

□(1)  $\triangle ABC$

□(2)  $\triangle FBC$



5章 三角形と四角形

まとめテスト

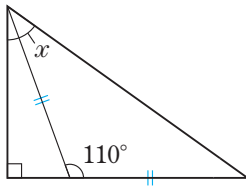
得点

/100点

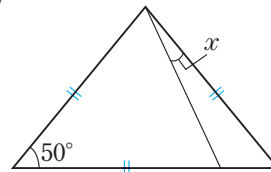
1 次の図で、同じ印をつけた線分の長さは等しいとして、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

〈5点×2〉

□(1)

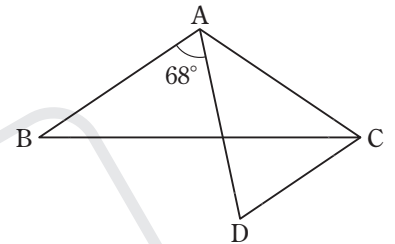


□(2)



2 右の図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形、 $\triangle ADC$ は $AD=AC$ の二等辺三角形で、 $\angle ADC=2\angle ABC$ である。 $\angle BAD=68^\circ$ のとき、 $\angle DAC$ の大きさを求めなさい。

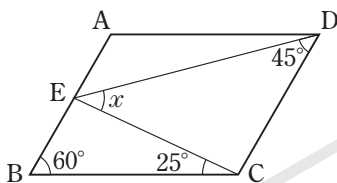
〈5点〉



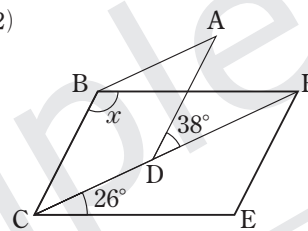
3 次の図で、四角形ABCD、BCEFは平行四辺形である。 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

〈5点×2〉

□(1)

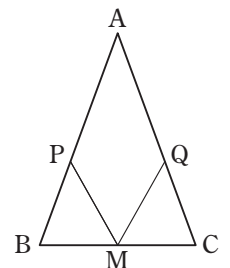


□(2)



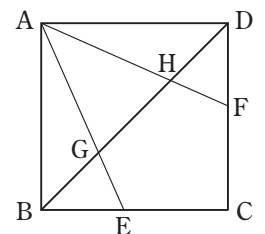
4 右の図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形、点P、Qはそれぞれ辺AB、AC上の点、点Mは辺BCの中点である。 $\angle BMP=\angle CMQ$ のとき、 $\triangle PBM \cong \triangle QCM$ であることを証明しなさい。

〈10点〉

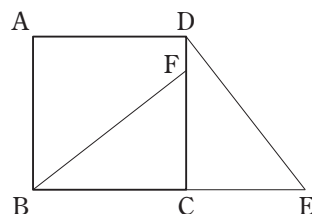


5 右の図で、四角形ABCDは正方形、点E、Fはそれぞれ辺BC、DC上の点、点G、Hはそれぞれ対角線BDと線分AE、AFとの交点である。 $BE=DF$ のとき、 $\triangle AGH$ は二等辺三角形であることを証明しなさい。

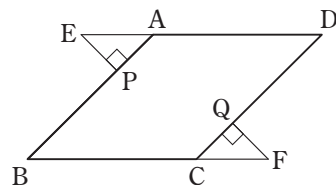
〈10点〉



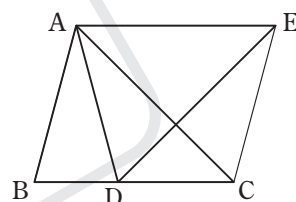
- 6 右の図で、四角形 ABCD は正方形、E は辺 BC の延長線上の点、F は辺 CD 上の点で、 $BF=DE$  である。 $BE=14\text{cm}$ 、 $DF=2\text{cm}$  のとき、正方形 ABCD の 1 辺の長さを求めなさい。 (5点)



- 7 右の図の  $\square ABCD$  で、辺 DA, BC の延長上にそれぞれ点 E, F を  $AE=CF$  とする。点 E, F から辺 AB, CD にそれぞれ垂線 EP, FQ をひく。このとき、 $AP=CQ$  であることを証明しなさい。 (10点)



- 8 右の図で、 $\triangle ABC \cong \triangle DAE$  であり、点 D は辺 BC 上にある。このとき、四角形 ABCE は平行四辺形であることを証明しなさい。 (10点)



- 9  $\square ABCD$  に次の条件を加えると、それぞれどんな四角形になりますか。ただし、O は対角線の交点とする。

☐ (1)  $\angle ACB = \angle ACD$

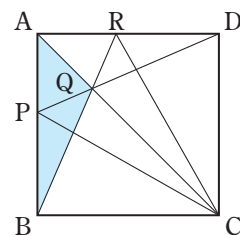
☐ (2)  $OA = OB$

(5点×4)

☐ (3)  $\angle A = \angle D$ ,  $\angle BOC = 90^\circ$

☐ (4)  $\angle ACD + \angle BDC = 90^\circ$

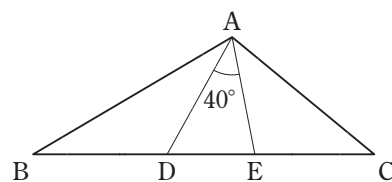
- 10 右の図の正方形 ABCD で、点 P は辺 AB 上の点、点 Q は対角線 AC と線分 PD との交点、点 R は直線 BQ と辺 AD との交点である。図の中の三角形のうち、 $\triangle ABQ$  と面積の等しい三角形をすべて答えなさい。 (10点)



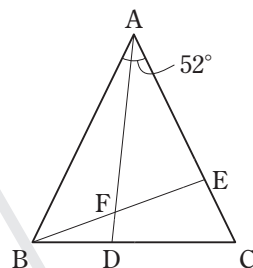
## チャレンジ問題

1 次の問いに答えなさい。

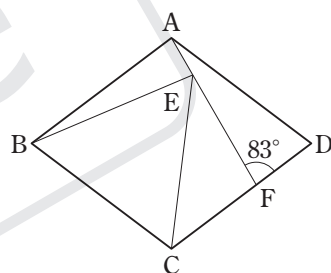
- (1) 右の図のような $\triangle ABC$ があり、 $D, E$ は辺 $BC$ 上の点で、 $AD=BD$ ,  
 $AE=CE$ である。 $\angle DAE=40^\circ$ のとき、 $\angle BAC$ の大きさを求めなさい。



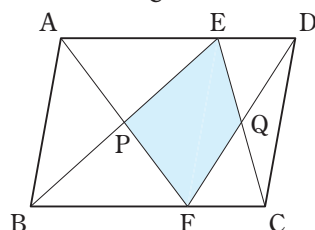
- (2) 右の図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形、 $D, E$ はそれぞれ辺 $BC, AC$ 上の点で、 $F$ は線分 $AD$ と $BE$ との交点である。 $\angle BAC=52^\circ$ ,  $\angle ADC=\angle AEB$ のとき、 $\angle AFE$ の大きさを求めなさい。



- (3) 右の図で、四角形 $ABCD$ はひし形、 $\triangle EBC$ は正三角形で、 $F$ は $AE$ の延長と辺 $CD$ との交点である。 $\angle EFD=83^\circ$ のとき、 $\angle ADF$ の大きさを求めなさい。

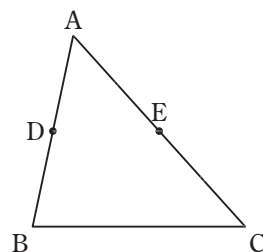


- 2 右の図の平行四辺形 $ABCD$ で、 $E$ は辺 $AD$ 上の点、 $F$ は辺 $BC$ 上の点で、  
 $\square AE:ED=BF:FC=2:1$ である。また、 $P$ は線分 $AF$ と $BE$ との交点、 $Q$ は線分 $CE$ と $DF$ との交点である。 $\square ABCD$ の面積が $60\text{ cm}^2$ のとき、四角形 $EPFQ$ の面積を求めなさい。



- 3 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 $AB, AC$ の中点をそれぞれ $D, E$ とする。 $DE$ の延長線上に、 $DE=EF$ となるように点 $F$ をとって、四角形 $ADCF$ をつくるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 四角形 $ADCF$ はどんな四角形になりますか。

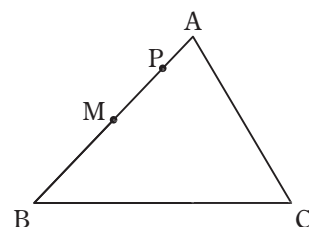


- (2) さらに、 $\triangle ABC$ に次のような条件を加えたとき、四角形 $ADCF$ はどんな四角形になりますか。

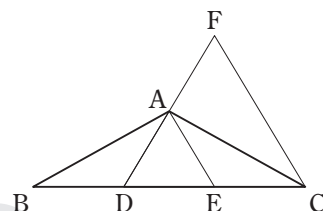
□①  $\angle C=90^\circ$

□②  $\angle A=\angle B$

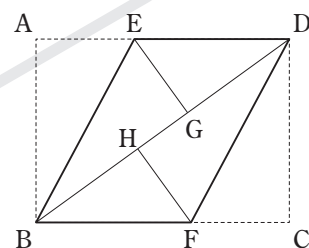
- 4 右の図のような $\triangle ABC$ があり、 $M$ は辺 $AB$ の中点、 $P$ は線分 $AM$ 上の点である。  
 □ 辺 $BC$ 上に点 $Q$ をとって、 $\triangle ABC$ の面積を2等分する線分 $PQ$ をかく。このとき、線分 $PQ$ のかき方を説明しなさい。



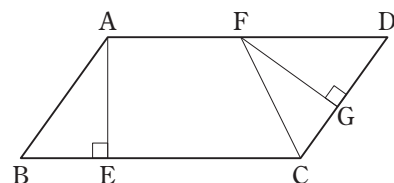
- 5 右の図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形で、辺 $BC$ を3等分する点を、  
 □ 点 $B$ に近いほうからそれぞれ $D$ 、 $E$ とする。また、点 $C$ を通して $AE$ に平行な直線と $DA$ の延長線との交点を $F$ とする。このとき、 $\triangle FDC$ が二等辺三角形であることを証明しなさい。



- 6 右の図は、長方形の紙 $ABCD$ を、辺 $AB$ 、 $CD$ がそれぞれ対角線 $BD$ と重なるように折り返したところを示したものである。このときできた辺 $AD$ 、 $BC$ 上の折り目の端をそれぞれ $E$ 、 $F$ とし、 $A$ 、 $C$ が対角線 $BD$ と重なった点をそれぞれ $G$ 、 $H$ とする。このとき、四角形 $EBFD$ が平行四辺形であることを証明しなさい。



- 7 右の図で、四角形 $ABCD$ は平行四辺形、 $E$ は点 $A$ から辺 $BC$ にひいた垂線と辺 $BC$ との交点である。また、 $F$ は $\angle BCD$ の二等分線と辺 $AD$ との交点、 $G$ は点 $F$ から辺 $CD$ にひいた垂線と辺 $CD$ との交点である。このとき、 $\triangle ABE \cong \triangle FDG$ であることを証明しなさい。



# 思考力

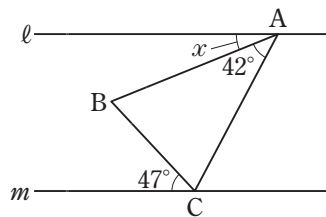
# 実践力

# をのばす問題

1 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図のように、 $AB=AC$  である二等辺三角形  $ABC$  と、頂点  $A$ 、 $C$  をそれぞれ通る 2 本の平行な直線  $\ell$ 、 $m$  がある。このとき、 $\angle x$  の大きさは何度か。

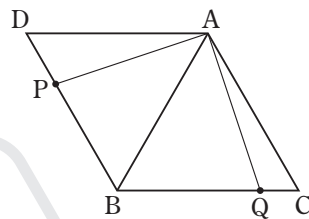
〈鹿児島〉



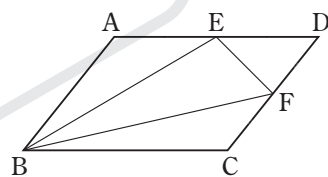
- (2) 右の図で、 $\triangle ABC$  と  $\triangle ABD$  は、ともに同じ平面上にある正三角形で、頂点  $C$  と頂点  $D$  は一致しない。点  $P$  は、辺  $BD$  上にある点で、頂点  $B$ 、頂点  $D$  のいずれにも一致しない。点  $Q$  は、辺  $BC$  上にある点で、頂点  $B$ 、頂点  $C$  のいずれにも一致しない。頂点  $A$  と点  $P$ 、頂点  $A$  と点  $Q$  をそれぞれ結ぶ。

$\angle PAQ=90^\circ$ 、 $\angle DAP=a^\circ$  とするとき、 $\angle AQB$  の大きさを表す式を、次のア～エのうちから選び、記号で答えよ。〈東京〉

ア  $(75-a)$  度      イ  $(90-a)$  度      ウ  $(a+30)$  度      エ  $(a+60)$  度



- (3) 右の図のような平行四辺形  $ABCD$  があり、辺  $AD$ 、 $CD$  の中点をそれぞれ  $E$ 、 $F$  とします。このとき、 $\triangle EBF$  の面積は  $\triangle DEF$  の面積の何倍になるか求めなさい。〈埼玉 24〉



2 右の  の中に示したことがらの逆を書きなさい。

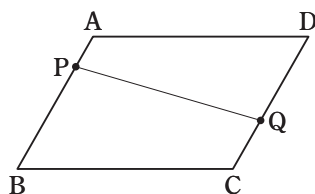
- また、 の中のことがらは正しいが、逆は正しくない。 の中のことがらの逆が正しくないことを示すための反例を、1 つ書きなさい。〈静岡〉

$a$  も  $b$  も正の数ならば、 $a+b$  は正の数である。

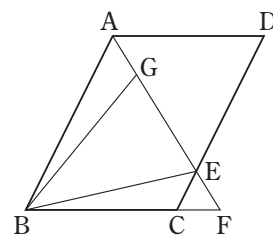
3 右の図は、 $\angle A$  が鈍角の平行四辺形  $ABCD$  です。平行四辺形  $ABCD$  の辺  $AB$  上

- を点  $P$  が動き、辺  $DC$  上を点  $Q$  が動きます。点  $P$  は点  $A$ 、点  $B$  と重ならず、点  $Q$  は点  $C$ 、点  $D$  と重ならないこととします。次のア～エのうち、四角形  $PBCQ$  がいつでも平行四辺形になるのはどの条件をみたすときですか。一つ選び、その記号を書きなさい。〈岩手〉

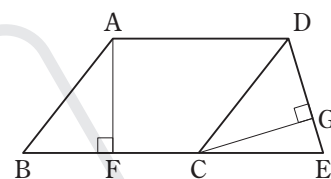
ア  $PD \parallel BQ$       イ  $AD \parallel PQ$       ウ  $CP=BQ$       エ  $AP=CQ$



- 4** 右の図で、四角形  $ABCD$  は平行四辺形であり、 $\angle BAD$  の二等分線と辺  $CD$ 、  
 辺  $BC$  を延長した直線との交点をそれぞれ  $E$ ,  $F$  とする。また、点  $G$  は線分  $AF$  上  
 の点で、 $\angle ABG = \angle CBE$  である。このとき、 $\triangle ABG \equiv \triangle FBE$  であることを証明  
 しなさい。〈岐阜〉



- 5** 右の図において、四角形  $ABCD$  は内角  $\angle ABC$  が鋭角の平行四辺形である。  
 $\triangle EDC$  は  $ED = EC$  の二等辺三角形であり、 $E$  は直線  $BC$  上にある。 $F$  は、 $A$   
 から辺  $BC$  にひいた垂線と辺  $BC$  との交点である。 $G$  は、 $C$  から辺  $ED$  にひい  
 た垂線と辺  $ED$  との交点である。次の問いに答えなさい。〈大阪〉



- (1)  $\triangle ABF \equiv \triangle CDG$  であることを証明しなさい。

- (2) 四角形  $ABCD$  の面積を  $a\text{cm}^2$ 、四角形  $AFED$  の面積を  $b\text{cm}^2$  とするとき、 $\triangle CEG$  の面積を  $a$ ,  $b$  を用いて表  
 しなさい。

- 6** 右の図のように、平行四辺形  $ABCD$  の辺  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  上に 4 点  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  
 $H$  をそれぞれとり、線分  $EG$  と  $BH$ ,  $DF$  との交点をそれぞれ  $I$ ,  $J$  とします。  
 $AE = BF = CG = DH$  のとき、 $\triangle BEI \equiv \triangle DGJ$  であることを証明しなさい。

〈埼玉 23〉

