

1

整数の性質

学習1 素数と素因数分解(1)

- ▶ **自然数** ^{しぜんすう} 1, 2, 3, 4, 5, …… 個数や順番などを示す数。0はふくめない。
- ▶ **素数** ^{そすう} 2, 3, 5, 7, …… 1とその数自身の積の形でしか表せない自然数。1は素数には入れない。
 〈例〉 $7=1\times 7$ (素数) $9=1\times 9, 3\times 3$ (素数ではない)
- ▶ **素因数分解** ^{そいんすうぶんかい} 自然数をいくつかの素数の積の形で表すこと。
 〈例〉 $12=2\times 2\times 3$ (2, 3を素因数という。)

例題1 20を素因数分解しなさい。

解き方 20を思いつく素数でわっていく。 $20=2\times 10=2\times 2\times 5$

答 $2\times 2\times 5$

確認問題1 次の数を素因数分解しなさい。

□(1) 12

□(2) 30

学習2 素数と素因数分解(2)

- ▶ 素因数分解はどんな順番で行っても同じ結果になる。

例題2 50を素因数分解しなさい。

解き方 思いつく数で順にわっていく。答えは素因数を小さい順に書くのがふつう。



答 $2\times 5\times 5$

確認問題2 次の数を素因数分解しなさい。

□(1) 24

□(2) 100

□(3) 72

□(4) 315

学習3 素数と素因数分解(3)

▶右のように、商が素数になるまで素数でわっていく方法もある。

▶ $5 \times 5 = 5^2$ (5の^{にじょう}2乗), $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ (2の^{さんじょう}3乗) のように表す。

2乗, 3乗などをまとめて^{るいじょう}累乗という。また, 右上に小さく書いた数は, かけた個数を示し, これを累乗の^{しすう}指数という。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 60} \\ 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ \hline 5 \end{array}$$

2^3 ← 指数

例題3 次の数を素因数分解し, 累乗の指数を使って表しなさい。

(1) 56
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 56} \\ 2 \overline{) 28} \\ 2 \overline{) 14} \\ \hline 7 \end{array}$$

答 $2^3 \times 7$

(2) 90
$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 30} \\ 2 \overline{) 10} \\ \hline 5 \end{array}$$

答 $2 \times 3^2 \times 5$

確認問題3 次の数を素因数分解し, 累乗の指数を使って表しなさい。

□(1) 36

□(2) 120

学習4 素因数分解の活用

例題4 次の問いに答えなさい。

- 12の約数をすべて求めなさい。
- 24と36の最大公約数を求めなさい。
- 225はどんな自然数の2乗ですか。

解き方 (1) $12 = 2 \times 2 \times 3$ より, 2, 3, $2 \times 2 = 4$, $2 \times 3 = 6$, $2 \times 2 \times 3 = 12$ となる。

1はすべての自然数の約数。

答 1, 2, 3, 4, 6, 12

(2)
$$\begin{cases} 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \end{cases} \rightarrow 2 \times 2 \times 3 = 12$$
 (別解)
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \ 36} \\ 2 \overline{) 12 \ 18} \\ 3 \overline{) 6 \ 9} \\ \hline 2 \ 3 \end{array}$$

共通する素因数の積

答 12

(3) 225を素因数分解して,

$$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = (3 \times 5) \times (3 \times 5) = 15 \times 15 = 15^2$$

答 15

確認問題4 次の問いに答えなさい。

□(1) 30の約数をすべて求めなさい。

□(2) 72と90の最大公約数を求めなさい。

□(3) 441はどんな自然数の2乗ですか。

練習問題

1 [素数と素因数分解(1)] 次の問いに答えなさい。

← 例題1

□(1) 20より小さい素数をすべて書きなさい。

(2) 次の数を素因数分解しなさい。

□① 40

□② 54

2 [素数と素因数分解(2)] 次の数を素因数分解しなさい。

← 例題2

□(1) 42

□(2) 80

3 [素数と素因数分解(3)] 次の数を素因数分解し、累乗の指数を使って表しなさい。

← 例題3

□(1) 60

□(2) 360

4 [素因数分解の活用] 次の問いに答えなさい。

← 例題4

□(1) 78の約数をすべて求めなさい。

□(2) 32と80の最大公約数を求めなさい。

□(3) 324はどんな自然数の2乗ですか。

応用問題

1 次のア～エの中から正しいことがらをすべて選び、記号で答えなさい。

- ア 83は素数である。 イ いちばん小さい素数は1である。
 ウ 素数はすべて奇数である。 エ 素数には約数が2個ある。

2 次の数を素因数分解し、累乗の指数を使って表しなさい。

- (1) 180 (2) 924

3 右の図は72と126を素因数分解したものです。これについて、次の問いに答えなさい。

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$
$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$

- (1) 72と126の公約数を、小さい順にすべて書きなさい。

- (2) 72と126の最小公倍数を求めなさい。

4 150にできるだけ小さな自然数をかけて、その積がある自然数の2乗になるようにします。どんな数を

- かければよいですか。

5 縦56 cm、横126 cmの長方形の紙を、余りが出ないように同じ大きさの正方形に切り分けます。正方形

- の数をできるだけ少なくするには、1辺を何cmにするとよいですか。

1 次の問いに答えなさい。

〈6点×2〉

□(1) 20より大きく30より小さい素数をすべて求めなさい。

□(2) 次のア～オの中から正しいことがらをすべて選び、記号で答えなさい。

ア 0は自然数にふくまれる。

イ 1はすべての自然数の約数である。

ウ 51は素数である。

エ 素数の積は素数である。

オ 100の約数で50より大きい数は100だけである。

2 次の数を素因数分解し、累乗の指数を使って表しなさい。

〈8点×6〉

□(1) 98

□(2) 96

□(3) 204

□(4) 288

□(5) 936

□(6) 1089

3 次の問いに答えなさい。

〈4点×4〉

□(1) 12と42の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。

□(2) 48と108の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。

4 次の問いに答えなさい。

〈8点×3〉

□(1) 196はどんな自然数の2乗ですか。

□(2) 450にできるだけ小さな自然数をかけて、その積がある自然数の2乗になるようにするとき、どんな数をかければよいですか。

□(3) 男子が198人、女子が234人の学校があり、全体をグループ分けしようと思います。次のような《ルール》で分けるとき、1つのグループの男女の人数を、それぞれ何人にとよいですか。

《ルール》① グループの数はできるだけ少なくする。

② 各グループに男子が同じ人数ずつ、女子が同じ人数ずつ分かれるようにする。